

上篇 资料分析

第一章 增长相关

一、基期量

➤ 1.基期量的计算

【题型特征】已知：今年甲为 M 万元，同比增长 m%。

设问：去年甲为多少万元？

【对应公式】基 = $\frac{\text{现}}{1+r}$

➤ 2.基期量的差值

【表达式】 $\frac{\text{现}_1}{1+r_1} - \frac{\text{现}_2}{1+r_2}$

【速算技巧】（1）分母很接近：分母化同；

（2）其他情况：直接估算/直除。

➤ 3.基期量的比较

【表达式】 $\frac{\text{现}_1}{1+r_1} \bigcirc \frac{\text{现}_2}{1+r_2}$

【速算技巧】分数的比较（注意：单位是否一致）

➤ 4.间隔基期量

【题型特征】已知：今年甲为 M 万元，同比增长 m%，增速同比加快 n 个百分点。

设问：前年甲为多少万元？

【对应公式】第一步： $R = r_1 + r_2 + r_1 \times r_2$ ；

第二步：间隔基 = $\frac{\text{现}}{1+R}$

二、现期量

➤ 1. 现期量的计算

【题型特征】已知：今年甲为 M 万元，同比增长 m%。

设问：若增速保持不变，则预计明年甲为多少万元？

【对应公式】现期量 = 基期量 × (1 + 增长率)

➤ 2. 预测型

【题型特征】已知：去年甲的量为 A 万元，今年甲的量为 B 万元 (B > A)。

设问：若保持同比增速不变，预计明年甲的量为多少万元？

【估算公式】答案 > 2B - A (或 B + Δx)

【精算公式】答案 = $\frac{B^2}{A}$

➤ 3. 赶超型

【题型特征】已知：今年甲为 M 万元，同比增量为 Δx₁ 万元；乙为 N 万元，同比增量为 Δx₂ 万元。

设问：若甲和乙的同比增量都不变，预计哪一年甲开始超过乙？

【对应方法】间隔年份数 $n = \frac{\text{当前总差距}}{\text{每年增量的差距}}$

三、增长量

➤ 1. 年均增长量

【题型特征】已知：2018年甲的量为A万元，2025年甲的量为B万元。

设问：2018~2025年甲年均增长了多少万元？

【对应公式】年均 $\Delta x = \frac{\text{末} - \text{初}}{n}$

【注意事项】初期年份往前推一年的特殊情况，如“五年规划”等。

➤ 2. 增长量的计算

【题型特征】已知：今年甲为M万元，同比增长m%。

设问：今年甲同比增加了多少万元？

【对应公式】 $\Delta x = \text{现} \times \frac{r}{1+r}$

【速算技巧】（1）分数法：若 $r \approx \frac{1}{n}$ ，则 $\Delta x \approx \frac{\text{现}}{n+1}$ ；

（2）公式法：考虑约分

➤ 3. 增长量的比较

【题型特征】已知：今年，甲为M万元，同比增长m%；乙为N万元，同比增长n%。

设问：今年，甲和乙增长更多的是哪个？

【对应口诀】（1）大大则大（现越大、r越大，则 Δx 越大）；

（2）一大一小看倍数（本质：现 \times r）。

四、一般增长率

➤ 1.增长率的计算

【设问特征】“增长+%”、“增长+倍”、“增速”、“增幅”等

【对应公式】 $r = \frac{\Delta x}{基} = \frac{现}{基} - 1$

➤ 2.增长率的比较

【设问特征】增长最快/最慢；增速最大/最小；变化幅度最大/最小；涨跌幅度最大/最小；增速排序等。

【题型一】已知现、基

【对应方法】1.直接比较 $\frac{现}{基}$

2.先算 Δx ，再比较 $\frac{\Delta x}{基}$

【题型二】已知现、 Δx

【对应方法】 r 越大，则 $\frac{现}{\Delta x}$ 越小。

【题型三】特殊考法

① 【设问特征】增速超过 10%的有几个？

【对应方法】错位相加

② 【设问特征】增速超过 50%的有几个？

【对应方法】自身+自身的一半

五、特殊增长率

➤ 1. 间隔增长率 (R)

【题型特征】 已知：今年，甲为 M 万元，同比增长 $m\%$ ，增速同比加快 n 个百分点。

设问：与前年相比，今年甲的增速是多少？

【对应公式】 $R = r_1 + r_2 + r_1 \times r_2$

【拓展考法】 已知：今年，甲为 M 万元，同比增长 $m\%$ ，比前年增长 $n\%$ 。

设问：去年，甲同比增速是多少？

【对应公式】 $r_2 = \frac{R - r_1}{1 + r_1}$

➤ 2. 整体增长率

【题型特征】 已知：今年，进口额为 M 万元，同比增长 $m\%$ ；出口额为 N 万元，同比增长 $n\%$ 。

设问：今年，进出口总额的同比增速是多少？

【对应口诀】 (1) 大小居中，但不正中；

(2) 偏向（基期的）基数较大的；

(3) 线段法（或十字交叉法）：（基期的）基数与率差成反比

➤ 3. 年均增长率 (x%)

【对应公式】 $(1 + \text{年均} r)^n = \frac{\text{末}}{\text{初}}$

【题型一】 年均 r 的比较

【对应方法】 (n 相同)

直接比较 $\frac{\text{末}}{\text{初}}$

【题型二】 年均 r 的计算

【情况一】 选项整体 $> 10\%$

(1) 直除 $\frac{\text{末}}{\text{初}}$ ；(2) 结合选项，代入排除

【情况二】 选项整体 $\leq 10\%$

(1) 计算总 $r = \frac{\text{末} - \text{初}}{\text{初}}$ (或 $\frac{\text{末}}{\text{初}} - 1$)；(2) 使用结论

第二章 比值相关

常见比值：①比重、②平均数、③倍数、④比率等

1. 比重

特征：“占”、“占比”、“比重”等

如：①进口额占进出口总额的比重；②在全国人口中，城镇人口的占比

2. 平均数

特征：“均”、“平均”、“单位”、“每”等

如：①人均实缴住房公积金；②平均每个人的收入；③单位面积的产量

3. 倍数

如：①甲是乙的多少倍？；②甲比乙多多少倍？

4. 比率

如：①收入利润率；②产销率

一、现期比值与基期比值

1. 现期比值

【题型特征】已知：今年，甲为 A 万元，同比增速为 a。乙为 B 万元，同比增速为 b；

设问：今年，甲与乙的比值是多少？

【对应公式】现期比值 = $\frac{A}{B}$

2. 基期比值

【题型特征】已知：今年，甲为 A 万元，同比增速为 a。乙为 B 万元，同比增速为 b；

设问：去年，甲与乙的比值是多少？

【对应公式】基期比值 = $\frac{A}{B} \times \frac{1+b}{1+a}$

二、两期比值相关

<p>1.两期比值的比较</p>	<p>【题型特征】 已知：今年，甲为A万元，同比增速为a。乙为B万元，同比增速为b； 设问：与去年相比，今年甲与乙的比值是上升或下降？</p> <p>【对应口诀】 若 $a > b$，则比值上升（现期比值 $>$ 基期比值）；反之下降。</p>
<p>2.两期比值的差值</p>	<p>3.1 两期比重的差值</p> <p>【设问特征】 今年，甲占乙的比重同比上升或下降了多少个百分点？</p> <p>【解题思路】 (1) 判断上升或下降（比较a、b）； (2) 两期比重的差值 $< a - b$； (3) 两期比重的差值 $= \frac{A}{B} \times \frac{a - b}{1 + a}$。</p> <p>3.2 两期平均数的差值（平均数的增长量）</p> <p>【设问特征】 今年，平均每个乙中甲的同比增量是多少？（选项有具体文字单位）</p> <p>【解题思路】 (1) 判断上升或下降（比较a、b）； (2) 两期平均数的差值 $= \frac{A}{B} \times \frac{a - b}{1 + a}$。</p>
<p>3.两期比值的倍数</p>	<p>【设问特征】 今年甲与乙的比值是去年的多少倍？</p> <p>【对应公式】 两期比值的倍数 $= \frac{1 + a}{1 + b}$</p>
<p>4.平均数的增长率</p>	<p>【设问特征】 今年，平均每个乙中甲的同比增速是多少？（选项单位为%）</p> <p>【对应公式】 平均数的 $r = \frac{a - b}{1 + b}$</p>

下篇 数量关系

第一章 举足轻重系列

第一节 方程思想

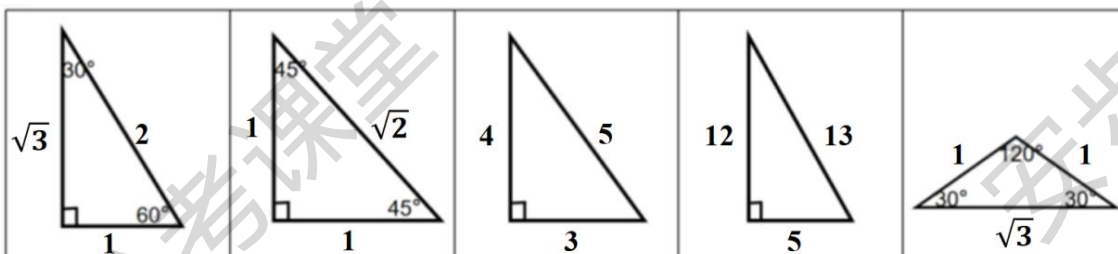
题型	知识点
一、一般方程 (组)	<p>解题思路：设未知数→列方程 (组) →解方程 (组)</p> <p>(1) 设未知数：①优先考虑求谁设谁；②设中间量；③根据份数设</p> <p>(2) 列方程 (组)：找等量关系</p> <p>(3) 解方程 (组)</p>
二、不定方程 (未知数为正整数)	<p>(1) 常见形式：</p> $Ax + By = C$ <p>(2) 常见解法：</p> <p>①代入排除 (求 x 或 y)；</p> <p>②奇偶特性 (化简后, A 和 B 是一奇一偶)；</p> <p>③尾数法 (A 或 B 的个位: 0)；</p> <p>④倍数法 (“A 和 C” 或 “B 和 C” 同时为某个数的倍数)</p>
三、不定方程组 (未知数为正整数)	<p>(1) 常见形式：</p> $\begin{cases} x + y + z = M \dots\dots ① \\ Ax + By + Cz = N \dots\dots ② \end{cases}$ <p>(2) 常见解法：</p> <p>消元法→不定方程</p>

第二节 几何问题

一、常见几何公式	
周长 (C)	$C_{\text{正方形}} = 4a$; $C_{\text{长方形}} = 2(a+b)$; $C_{\text{圆}} = 2\pi r$
面积 (S)	$S_{\text{正方形}} = a^2$; $S_{\text{长方形}} = ab$; $S_{\text{圆}} = \pi r^2$; $S_{\text{三角形}} = \frac{1}{2}ah$; $S_{\text{平行四边形}} = ah$; $S_{\text{梯形}} = \frac{1}{2}(a+b)h$
表面积 (S)	$S_{\text{正方体}} = 6a^2$; $S_{\text{长方体}} = 2(ab+bc+ac)$; $S_{\text{球}} = 4\pi r^2$; $S_{\text{圆柱}} = 2\pi r^2 + 2\pi rh$ (侧面积)
体积 (V)	$V_{\text{正方体}} = a^3$; $V_{\text{长方体}} = abc$; $V_{\text{球}} = \frac{4}{3}\pi r^3$; $V_{\text{圆柱}} = S_{\text{底}}h = \pi r^2h$; $V_{\text{锥体}} = \frac{1}{3}S_{\text{底}}h$
二、几何性质 (等比例放缩)	
<p>若: 任意图形的“边长”等比例放缩原来的 n 倍。</p> <p>则: (1) 周长变为原来的 n 倍;</p> <p>(2) 面积变为原来的 n^2 倍;</p> <p>(3) 体积变为原来的 n^3 倍。</p>	
三、和定积大	
<p>若: A 与 B 的和为定值。</p> <p>则: A 与 B 越接近, 它们的乘积越大;</p> <p>反之, 它们的乘积越小。</p>	
四、常见三角函数	
<p>(1) $\sin \angle A = \frac{\text{对边}}{\text{斜边}}$; (2) $\cos \angle A = \frac{\text{邻边}}{\text{斜边}}$;</p> <p>(3) $\tan \angle A = \frac{\text{对边}}{\text{邻边}}$; (4) $\cot \angle A = \frac{\text{邻边}}{\text{对边}}$</p>	
五、特殊三角形的三边关系	

(1) 直角三角形——勾股定理: $a^2 + b^2 = c^2$ (其中: a、b 为直角边, c 为斜边)

(2) 特殊三角形



六、相似三角形

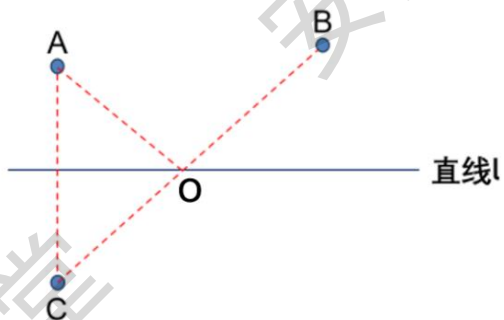
相似三角形的常用性质包括:

- (1) 对应角度相等;
- (2) 对应边成比例;
- (3) 对应高、中线、角平分线的比相等,且都等于相似比。

七、将军饮马 (最短距离)

原理: 两点之间线段最短。

在直线 l 上任选一点 O , 使得 $AO + BO$ 的总距离最短。则此最短距离为多少?

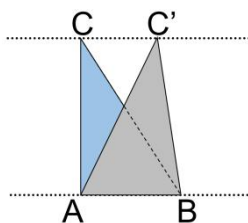
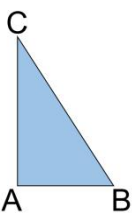


方法: 取点 A 关于直线 l 的对称点 C, 连接 BC, 相交于直线 l 于点 O。

结论: 点 O 为所选点, 且 BC 为最短距离。

八、拉窗帘模型

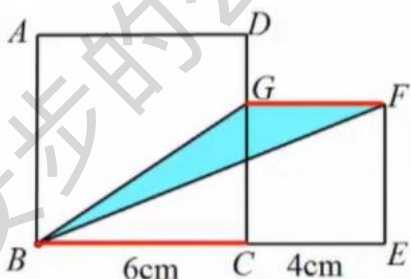
原理：同底等高的三角形面积相等。



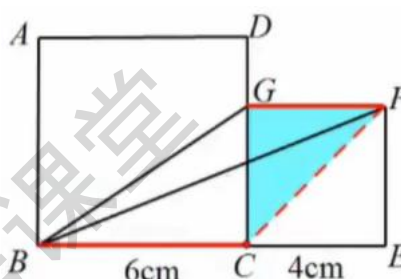
方法：拉窗帘之后可转化为

找底边 AB 的平行线，顶点 C 可在该平行线上任意移动， $\triangle ABC$ 的面积不变。

例如：



拉窗帘之后可转化为



第三节 排列组合与概率

题型	知识点
一、基础排列组合	<p>(1) 分类（“或”）：加法；分步（“且”）：乘法；</p> <p>(2) 排列（A）：与顺序有关；组合（C）：与顺序无关。</p>
二、捆绑法	<p>(1) 题目特征：相邻、相连、在一起</p> <p>(2) 解题方法：①将相邻的主体进行捆绑（全排列）；</p> <p>②将它们视为一个整体再与其它主体进行排列。</p>
三、插空法	<p>(1) 题目特征：不相邻、不相连、不在一起</p> <p>(2) 解题方法：①排好其他主体；</p> <p>②将不相邻的主体进行插空。</p>
四、分配插板法	<p>将 m 个相同的物品分给 n 个主体，每个主体至少得 1 个，共有 C_{m-1}^{n-1} 种分配方法。</p> <p>（注：若每个主体至少得 a 个，则先每个主体分 $a-1$ 个）</p>
五、全错位排列	0、1、2、9、44
六、圆圈排列	n 个人围一圈，则有 A_{n-1}^{n-1} 种排列方式。
七、概率（P）	<p>(1) 概率 $P = \frac{\text{满足要求的情况数}}{\text{总的情况数}}$；</p> <p>(2) 分步概率 $p = P_1 \times P_2 \times P_3 \times \dots$；</p> <p>(3) 逆向思维：概率 $P = 1 - \text{反向 } P$</p>

第二章 包罗万象系列

一、牛吃草问题	
公式	$y = T * (N - x)$
特征	(1) 两个变量影响原有总量的变化; (2) 已知两组对称的 T 和 N (类似“排比句”)
二、容斥原理	
两集合公式	总 - 都不满足 = $A + B - AB$
三集合公式	总 - 都不满足 = $A + B + C - (AB + BC + AC) + ABC$ 总 - 都不满足 = $A + B + C - ② - 2 * ABC$ 总 - 都不满足 = ① + ② + ③
三、经济问题	
基础经济	(1) 常见解法: 直接计算、方程思想、赋值思想 (2) 常见公式: 利润 = 收入 - 成本; 利润率 = 利润 ÷ 成本
分段计费	每段费用相加 = 总费用
经济统筹	(1) 最优方案: 对比各个方案, 找出最优解 (2) 极值问题: 若 $y = (a + x) \cdot (b - x)$, 则当 $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$ 时, y 有最大值。 (其中 x_1 和 x_2 是令 $y = 0$ 时的两个根)
四、行程问题	
基础行程	(1) 基础公式: 路程 = 速度 × 时间; (2) 比例行程, 如 s 相同时, v 与 t 成反比。
平均速度	(1) 平均 $v = \frac{S_{总}}{t_{总}}$; (2) 等距离平均 $v = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2}$; (3) 匀变速平均 $v = \frac{v_{初} + v_{末}}{2}$
相遇追及	(1) 相遇: $S_{和} = (v_1 + v_2) \times t_{相遇}$; (2) 追及: $S_{差} = (v_1 - v_2) \times t_{追及}$;

五、工程问题	
已知完工时间	(1) 赋值总量 (建议: 完工时间的最小公倍数); (2) 分别求效率
已知效率关系	(1) 赋值效率 (根据效率关系); (2) 找时间求工作量
已知工作主体数	赋值每个主体的效率: 1
六、构造问题	
最不利构造	(1) 设问特征: 至少.....保证..... (2) 解题方法: 最不利情形 + 1
多集合反向构造	(1) 设问特征: 都.....至少..... (2) 解题方法: 反向→加和→做差
数列构造	(1) 设问特征: 排名第.....最.....; 最.....最..... (2) 解题方法: 排序→设 x→构造其它→加和计算
七、初等数学	
倍数约数	最小公倍数; 最大公约数
循环周期	总数 ÷ 每个周期内的个数 = 周期数 (组数) 余数
等差数列	(1) 通项公式: $a_n = a_1 + (n-1)d$ (2) 求和公式: $s_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \times n = \text{平均数} \times n$ (当 n 为奇数时, $s_n = \text{中位数} \times n$)
八、时间问题	
钟表问题	每小时时针与分针——呈 90° 有 () 次, 呈 180° 有 () 次。
星期日期问题	常见考法: 最小公倍数、循环周期、极端思维
年龄问题	常见解法: 直接计算; 方程思想 (建议列表)

九、溶液问题

<p>基础溶液</p>	<p>基础公式：溶液 = 溶质 + 溶剂；浓度 = 溶质 ÷ 溶液</p>
<p>十字交叉</p>	<p>题目特征：同一关键词出现 3 次（2 次部分+1 次整体）；</p> <p>原理： $Aa + Bb = (A + B)r$；</p> <p>表达式：</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="text-align: center; margin-right: 20px;"> <p>A:</p> $\begin{array}{cc} a & r-b \\ & r \\ b & a-r \end{array}$ </div> <div style="margin: 0 20px;"> $\Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{r-b}{a-r}$ </div> </div>