



## 一、选择题

### 数与集合

1. 【答案】B

【解析】一个奇数乘 2 就是 2 的倍数，就变成偶数；在自然数中，奇数与偶数相差 1，因此奇数加上 1 或减去 1 也能变成偶数；故选 B。

2. 【答案】A

【解析】因为  $n$  表示的偶数，所以  $n$  能被 2 整除，  
因为  $m$  是奇数，所以  $m$  不能被 2 整除，

$$\frac{m+n}{2} = \frac{m}{2} + \frac{n}{2}, \text{ 故 } m+n \text{ 不能被 } 2 \text{ 整除, 是奇数。}$$

3. 【答案】A

【解析】在自然数中，最小的奇数是 1，最小的偶数是 0，最小的质数是 2，最小的合数是 4，所以和是：1+0+2+4=7。

4. 【答案】B

【解析】根据偶数、奇数的意义，在自然数中，是 2 的倍数的数叫做偶数；不是 2 的倍数的数叫做奇数。再根据偶数与奇数的性质，奇数×偶数=偶数。据此解答：奇数×偶数=偶数。

故选：B。

5. 【答案】A

【解析】解：因为：只有 1 和它本身两个因数的数是质数。除了 1 和他本身还有别的因数的数是合数。1 的因数只有 1，所以 1 既不是质数也不是合数。故选 A。

6. 【答案】B

【解析】解：两个质数的积一定是合数，例如：2 和 3 的积是 6，6 的因数有：1，2，3，6；6 是合数。两个数的积不一定是合数，例如：1 和 5 的积是 5，5 的因数只有 1，5；所以 5 是质数。故选：B。

7. 【答案】A

【解析】最小的合数是 4，最小的质数是 2，最小的合数与最小的质数的和是 4+2=6，6 的倒数是 1/6，故选：A。

8. 【答案】D

【解析】解：①两个质数的和必为合数说法不正确，例如 2 和 5，两数之和仍为质数；

②两个合数的和必为合数说法不正确，例如 4 和 9，两数之和为质数；

③一个质数与一个合数的和必为合数说法错误，如 5 和 6 的和为质数；

④一个质数与一个合数的和必非合数此说法错误，如 2 和 4 之和 6 是合数。

说法正确的为 0。

故选 D。



9. 【答案】B

【解析】54 的因数有 1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, 54;

54 以内的 6 的倍数有: 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54;

所以既是 54 的因数, 又是 6 的倍数有: 6, 18, 54; 故选: B.

10. 【答案】A

【解析】因为一个数的最大因数与这个数的最小倍数都是它本身, 所以一个数的最大因数与这个数的最小倍数相等.

故选: A.

11. 【答案】C

【解析】解: 因为一个数的最大因数和最小倍数是它本身, 所以这个数是:  $36 \div 2 = 18$ , 故选: C.

12. 【答案】B

【解析】因为一个数的最大因数是 18, 那么这个数就一定是 18; 一个数的最小的倍数是 24, 那么这个数就一定是 24, 再分别把这两个数分解质因数, 即可求出最大公因数与最小公倍数

13. 【答案】C

【解析】因为绳子长度不知道, 所以无法确定剩余绳子长度的比较。

14. 【解析】D

【解析】由于没有说明这两堆煤有多重, 所以无法确定剩下的煤哪堆重, 故选 D.

15. 【答案】B

【解析】先利用分数化成小数的方法把 0.15 改写成分子是 100 的分数, 再在利用分数的基本性质约分化成分子分母是互质数的最简分数, 看分数的分母是几, 该分数的分数单位就是几分之一。

16. 【答案】C

【解析】把一个数写做  $\pm a \times 10^n (1 \leq a < 10)$  的形式, 其中 n 是整数, 这种记数法叫做科学记数法。

17. 【答案】C

【解析】 $A = \{1, 2\}$ ,  $A \cup B = \{1, 2, 3\}$ , 则集合 B 中必含有元素 3, 即此题可转化为求集合  $A = \{1, 2\}$  的子集个数问题, 所以满足题目条件的集合 B 共有  $2^2 = 4$  个。

18. 【答案】C

【解析】 $A \cap B$  的元素有 2, 4. 故有两个元素

19. 【答案】B

【解析】 $A = \{x | -1 \leq x \leq 1\}$ ,  $B = \{x | 0 < x \leq 2\}$ ,  $\therefore A \cap B = \{x | 0 < x \leq 1\}$

20. 【答案】D



## 数列

1. 【答案】B

【解析】因为  $a_1 + a_5 = 10$ ，故可得  $2a_3 = 10$ ， $a_3 = 5$ ， $d = a_4 - a_3 = 7 - 5 = 2$ 。

2. 【答案】B

【解析】设等差数列  $\{a_n\}$  的公差为  $d$ ，由等差数列的等差中项的性质得  $a_1 + a_3 + a_5 = 3a_3 = 9$ ，则  $a_3 = 3$ ，又  $a_6 = 9$ ，有  $a_6 - a_3 = (6-3)d$ ，即  $3d = 9 - 3 = 6$ ，解得  $d = 2$ 。由  $a_3 = 3$ ，则  $a_3 = a_1 + 2d = a_1 + 4 = 3$ ，解得  $a_1 = -1$ ，则这个数列的前 6 项和为  $S_6 = 6 \times (-1) + \frac{6 \times (6-1)}{2} \times 2 = 24$ 。

3. 【答案】B

【解析】由  $a_k$  是  $a_1$  与  $a_{2k}$  的等比中项，可得  $a_k^2 = a_1 \cdot a_{2k}$ ，则有  $[a_1 + (k-1)d]^2 = a_1 \cdot [a_1 + (2k-1)d]$ ，又  $a_1 = 4d$ ，可计算得到  $k = 3$  或  $k = -1$ （舍）。

4. 【答案】A

【解析】由题设得  $a_1 = \frac{a_2}{q}$ ， $a_3 = a_2 q$ ， $S_3 = a_1 + a_2 + a_3 = \frac{a_2}{q} + a_2 + a_2 q$ ，所以  $a_2 + S_3 = a_2 \left( \frac{1}{q} + 2 + q \right)$ ，由于等比数列各项均不为 0，所以  $\frac{1}{q} + 2 + q = 0$ ，解得  $q = -1$ 。

5. 【答案】D

【解析】因为  $a_{n+1} + (-1)^n a_n = 2n - 1$ ，所以  $a_2 - a_1 = 1$ ， $a_3 + a_2 = 3$ ， $a_4 - a_3 = 5$ ， $a_5 + a_4 = 7$ ，……， $a_{50} - a_{49} = 97$ 。从而可得  $a_3 + a_1 = 2$ ， $a_4 + a_2 = 8$ ， $a_7 + a_5 = 2$ ， $a_8 + a_6 = 24$ ，……，从第一项开始，依次取 2 各相邻奇数项的和都等于 2，从第二项开始，依次取 2 个相邻偶数项的和构成以 8 为首项，16 为公差的等差数列，所以  $\{a_n\}$  的前 60 项和为  $15 \times 2 + \left( 15 \times 8 + \frac{15 \times 14}{2} \times 16 \right) = 1830$ 。

6. 【答案】D

【解析】由  $a_1 + a_3 = 70$ ，得  $a_2 = 35$ ， $a_2 + a_4 = 66$  得  $a_3 = 33$ ，所以数列  $\{a_n\}$  是首项为 37，公差为  $-2$  的等差数列，其第 19 项为 1，第 20 项为  $-1$ ，所以其前 19 项的和为最大值。



7. 【答案】D

【解析】 $a_{n+1} = 2S_n$ ， $\therefore a_n = 2S_{n-1}$  ①， $a_{n-1} = 2S_{n-2}$  ②，由① - ②得

$a_n - a_{n-1} = 2(S_{n-1} - S_{n-2})$ ，化简得  $\frac{a_n}{a_{n-1}} = 3$ ，即数列  $\{a_n\}$  是首项为 1，公比为 3 的等比数列，

$$\therefore a_5 = 1 \times 3^{5-1} = 81。$$

8. 【答案】C

【解析】 $\because a_{n+1}^2 - a_n^2 = 1 (n \in N^*)$ ， $\therefore \{a_n^2\}$  是首项为 1，公差为 1 的等差数列，则  $a_n^2 = n$ ，

而  $a_n > 0$ ， $\therefore a_n = \sqrt{n}$ ， $\because a_n < 5$ ， $\therefore \sqrt{n} < 5$ ，即  $n < 25$ ，那么使  $a_n < 5$  成立的  $n$  的最大值为 24。

9. 【答案】D

【解析】由已知可得  $a_2 = -\sqrt{3}$ ， $a_3 = \sqrt{3}$ ， $a_4 = 0$ ， $a_5 = -\sqrt{3}$ ，……，由此可见数列  $\{a_n\}$  是周期为 3 的数列， $\therefore a_{2011} = a_1 = 0$ 。

10. 【答案】B

【解析】根据  $S_{29} = \frac{29(a_1 + a_{29})}{2} = 29a_{15}$ ， $T_{29} = \frac{29(b_1 + b_{29})}{2} = 29b_{15}$ ，则

$$\frac{a_{15}}{b_{15}} = \frac{S_{29}}{T_{29}} = \frac{2 \times 29 + 2}{29 + 3} = \frac{60}{32} = \frac{15}{8}。$$

11. 【答案】B

【解析】由题意得， $2x = a + b$ ， $2y = b + c$ ， $b^2 = ac$ ，则

$$\frac{a}{x} + \frac{c}{y} = \frac{a}{\frac{a+b}{2}} + \frac{c}{\frac{b+c}{2}} = \frac{2a}{a+b} + \frac{2c}{b+c} = \frac{2a(b+c) + 2c(a+b)}{(a+b)(b+c)} =$$

$$2 \frac{ab + 2ac + bc}{ab + ac + b^2 + bc} = 2 \frac{ab + 2ac + bc}{ab + 2ac + bc} = 2。$$

12. 【答案】B

【解析】根据从小到大排列，以 1 为首位的四位数有  $A_3^3 = 6$  种，以 2 为首位的四位数有  $A_3^3 = 6$  种，则  $a_{11} = 2301$ 。

13. 【答案】A

【解析】 $\because$  公比为 2 的等比数列  $\{a_n\}$  的各项都是正数，且  $a_3 a_{11} = 16$ ， $\therefore a_7^2 = 16$ ，又

$$a_7 = a_5 \times 2^2，解得 a_5 = 1。$$



14. 【答案】D

$$\text{【解析】} \frac{S_{13}}{S_7} = \frac{\frac{13(a_1 + a_{13})}{2}}{\frac{7(a_1 + a_7)}{2}} = \frac{13a_7}{7a_4} = \frac{26}{7}.$$

15. 【答案】B

$$\text{【解析】} a_1 + a_5 + a_9 = 2\pi \Rightarrow a_5 = \frac{2\pi}{3}, \quad \cos(a_2 + a_8) = \cos(2a_5) = \cos \frac{4\pi}{3} = -\frac{1}{2}.$$

16. 【答案】C

$$\text{【解析】} \because \int_0^\pi \sin x dx = (-\cos x)|_0^\pi = -(-1-1) = 2, \quad \therefore a_3 + a_9 = 2a_6 = 2, \quad \therefore a_6 = 1,$$

$$\therefore a_4 + a_5 + a_6 + a_7 + a_8 = 5a_6 = 5.$$

17. 【答案】D

$$\text{【解析】} \quad a_1 + a_5 + a_9 = 2\pi \Rightarrow a_5 = \frac{2\pi}{3}, \quad a_2 + a_8 = 2a_5 = \frac{4\pi}{3},$$

$$\tan(a_2 + a_8) = \tan \frac{4\pi}{3} = \tan \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}.$$

## 函数

1. 【答案】A

$$\text{【解析】} \text{利用均值不等式 } x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}} \geq 2\sqrt{x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{-\frac{1}{2}}} = 2, \text{ 当 } x=1 \text{ 时, 等号成立.}$$

2. 【答案】A

$$\text{【解析】} \text{先利用周期性, 再利用奇偶性得: } f(-\frac{5}{2}) = f(-\frac{1}{2}) = -f(\frac{1}{2}) = -\frac{1}{2}.$$

3. 【答案】B

【解析】因为  $a > 1$ ,  $b, c$  都小于 1 且大于 0, 故排除 C, D; 又因为  $b, c$  都是以 4 为底的对数, 真数大, 函数值也大, 所以  $b < c$ , 故选 B.

4. 【答案】B

$$\text{【解析】} f(x) = \log_a x, \text{ 代入 } (\sqrt{a}, a), \text{ 解得 } a = \frac{1}{2}, \text{ 所以 } f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x, \text{ 选 B.}$$

5. 【答案】A

$$\text{【解析】} \tan \beta = -1, \quad \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} = -3$$

6. 【答案】D

$$\text{【解析】: 依题意得 } 0^\circ < B < 60^\circ, \text{ 由正弦定理得 } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \text{ 得}$$



$$\sin B = \frac{b \sin A}{a} = \frac{\sqrt{3}}{3}, \quad \cos B = \sqrt{1 - \sin^2 B} = \frac{\sqrt{6}}{3}, \quad \text{选 D.}$$

7. 【答案】C

【解析】由正弦定理可知  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ ，进一步化简为  $\sin A = \frac{a}{2R}, \sin B = \frac{b}{2R}, \sin C = \frac{c}{2R}$ ，由于  $\sin^2 A + \sin^2 B < \sin^2 C$ ，故可得

$a^2 + b^2 < c^2$ ，由余弦定理可知  $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} < 0$ ，故  $\triangle ABC$  为钝角三角形。故本题

选 C。

8. 【答案】A

【解析】由二次函数  $y = -x^2 + 2x + 1, a = -1$ ，开口向下，对称轴为  $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2 \times (-1)} = 1$ ，当  $x < 1$  时， $y$  随  $x$  的增大而增大。故本题选 A。

9. 【答案】A

【解析】设反比例函数解析式为  $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ ，由反比例函数的图像经过  $Q(a, a)$ ，将  $Q(a, a)$  代入解析式得  $a = \frac{k}{a}$ ，即  $k = a^2 > 0$ ，故函数的图像位于第一、三象限。故本题选 A。

10. 【答案】D

【解析】设 A 的坐标是  $(m, n)$ ，则有  $AB = m, OB = n$ ，又  $\triangle ABP$  的面积为 2，则  $S_{\triangle ABP} = \frac{1}{2} AB \cdot OB = 2$ ，即  $\frac{1}{2} mn = 2$ ，解得  $mn = 4$ ，又 A 是反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  图像上的一点，则将点  $A(m, n)$  代入得， $k = mn = 4$ 。故本题选 D。

11. 【答案】C

【解析】把  $(0, -3)$  代入  $y = x^2 - 2x + c$  得  $c = -3$ ，则抛物线为  $y = x^2 - 2x - 3 = (x - 1)^2 - 4 = (x + 1)(x - 3)$ ，A 选项  $a = 1 > 0$ ，则抛物线开口向上，故正确；B 选项，抛物线的对称轴是  $x = 1$ ，故正确；C 选项，当  $x = 1$  时， $y$  的最小值为  $-4$ ，故错误；D 选项，抛物线与  $x$  轴的交点为  $(-1, 0), (3, 0)$ ，故正确。故本题选 C。

12. 【答案】B



【解析】A, 选项  $y=-2x+1$ , 图像与  $y$  轴交于  $(0, 1)$ , 不经过原点, 故错误; B 选项,  $y=-2x$ , 经过原点, 故正确; C 选项,  $y=-\frac{2}{x}$ , 图像分布在第二、四象限, 故错误; D 选项,  $y=-x^2+1$  图像与  $y$  轴交于  $(0, 1)$ , 不经过原点, 故错误。故本题选 B。

13. 【答案】C

【解析】由反比例函数  $y=\frac{2}{x}, k=2>0$ , 所以该函数图像在第一、三象限。当  $x<0$  时,  $y<0$ ; 当  $0<x\leq 3$  时,  $\frac{1}{x}\geq\frac{1}{3}>0, \frac{2}{x}\geq\frac{2}{3}$ , 即  $y\geq\frac{2}{3}$ 。综上所述,  $y$  的取值范围是  $y\geq\frac{2}{3}$  或  $y<0$ 。故本题选 C。

### 方程与不等式

1. 【答案】D

【解析】由根的判别式  $\Delta=(-4)^2-4\times 1\times 5=-4<0$ , 故方程没有实数根。

2. 【答案】D

【解析】根据韦达定理,  $\begin{cases} x_1+x_2=a \\ x_1\cdot x_2=2a \end{cases}$ ,  $x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=a^2-4a=5$ ,

解方程  $a^2-4a=5$ , 得  $a=-1$  或  $a=5$ , 当  $a=5$  时  $\Delta<0$  不满足题意, 所以  $a=-1$ 。

3. 【答案】B

【解析】由已知关于  $x$  的一元二次方程  $(a-1)x^2+x+a^2-1=0$  的一个根是 0, 则 0 代入方程得  $a^2-1=0$ , 解得  $a=1$  或  $a=-1$ , 当  $a=1$  时, 原方程为  $x=0$ , 不是一元二次方程, 因此  $a=1$  应舍去, 则  $a=-1$ 。

4. 【答案】D

【解析】由题意可知, 7500 米=7.5 千米, 15 分钟= $\frac{1}{4}$  小时, 第一组的步行速度为  $1.2x$  千米/小时, 第一组的步行时间为  $\frac{7.5}{1.2x}$  小时, 第二组的步行时间为  $\frac{7.5}{x}$  小时, 由第一组比第二组早 15 分钟到达乙地, 则可列方程是  $\frac{7.5}{x}-\frac{7.5}{1.2x}=\frac{1}{4}$ 。

5. 【答案】D

【解析】由题  $\begin{cases} x+2y=-4m \\ 2x+y=2m+1 \end{cases}$ , 两式作差得:  $x-y=6m+1$ , 代入  $x-y<0$  得:

$6m+1<0$ , 解得  $m<-\frac{1}{6}$ 。

6. 【答案】C



【解析】由题，把  $x=3$  代入方程得  $3^2 - 3m \times 3 + 6m = 9 - 3m = 0$ ，则  $m=3$ 。

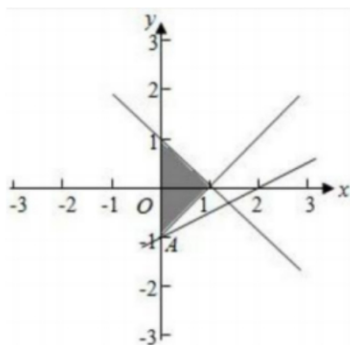
7. 【答案】D

【解析】画出不等式组表示的平面区域如图阴影部分

所示， $z = x - 2y$  可变形为  $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}z$ ，平移该直线，

当直线经过点  $A(0, -1)$  时，直线在  $y$  轴上的截距  $-\frac{1}{2}z$  取

得最小值， $z$  取最大值，此时  $z_{\max} = 0 - 2 \times (-1) = 2$ 。



8. 【答案】C

【解析】A 选项中，相当于原式  $a > b$  两边同时乘以  $-1$ ，可得  $-a < -b$ ，故 A 选项错误；B 选项中，相当于原式  $a > b$  两边同时乘以  $2$ ，可得  $2a > 2b$ ，故 B 选项错误；C 选项中，首先相当于原式  $a > b$  两边同时乘以  $-1$ ，可得  $-a < -b$ ，继续在此式的两边同时加上  $2$  后，可得  $2 - a < 2 - b$ ，故 C 选项正确；D 选项中，在原式  $a > b$  两边同时乘以  $a$  后，不能判定  $a^2$  与  $ab$  的大小。

9. 【答案】C

【解析】A 选项，含有未知数的等式叫做方程，故 A 错误；B 选项中  $2x$  不一定大于  $x$ ，如当  $x=0$  时， $2x=0$ ，故 B 错误；C 选项中  $x=20$  是方程  $4 \div x = 0.2$  的解，故 C 正确；D 选项中方程的解和解方程是两个不同的概念，故 D 错误。

10. 【答案】D

【解析】 $\frac{2x+1}{x-1} = 3$ ，方程两边同时乘以  $x-1$  得： $2x+1=3(x-1)$ ，去括号得  $2x+1=3x-3$ ，移项得  $2x-3x=-3-1$ ，合并同类项得  $-x=-4$ ，系数化为  $1$  得  $x=4$ 。检验：把  $x=4$  代入  $x-1$  得： $x-1=4-1=3 \neq 0$ ，所以  $x=4$  是原方程的解。

11. 【答案】C

【解析】由  $xy > 0$  及  $x+y > 0$ ，得  $x > 0$ ， $y > 0$ ，又根据  $x+y < 1+xy$ ，得  $x-xy+y-1 = x(1-y)-(1-y) = (x-1)(1-y) < 0$ ，即  $(x-1)(y-1) > 0$ ， $\therefore \begin{cases} x < 1 \\ y < 1 \end{cases}$  或

$\begin{cases} x > 1 \\ y > 1 \end{cases}$ ，又  $xy < 1$ ， $\therefore 0 < x < 1$ ， $0 < y < 1$ 。

12. 【答案】A

【解析】根据两两之间都要比赛一场得， $1$  支球队需与  $x-1$  支球队比赛，共有  $x$  支球队，则除去计算过程中重复的情况，比赛的场数为  $\frac{1}{2}x(x-1) = 45$ 。

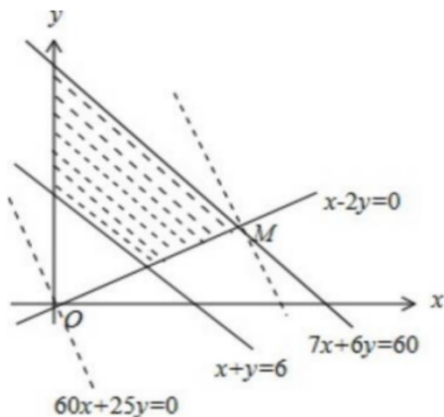
13. 【答案】D





【解析】由已知可得， $x, y$  满足 
$$\begin{cases} 70x+60y \leq 600 \\ 5x+5y \geq 30 \\ x \leq 2y \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}, \text{ 即 } \begin{cases} 7x+6y \leq 60 \\ x+y \geq 6 \\ x-2y \leq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}, \text{ 该二元一次}$$

不等式组所表示的平面区域如图：



设总收视人次为  $z$  万，则目标函数为  $z = 60x + 25y$ 。考虑  $z = 60x + 25y$ ，将它变形为  $y = -\frac{12}{5}x + \frac{z}{25}$ ，这是斜率为  $-\frac{12}{5}$ ，随  $z$  变化的一族平行直线。 $\frac{z}{25}$  为直线在  $y$  轴上的截距，当  $\frac{z}{25}$  取得最大值时， $z$  的值最大。又  $\because x, y$  满足约束条件， $\therefore$  由图可知，当直线  $z = 60x + 25y$  经过可行域上的点  $M(6,3)$  时，截距  $\frac{z}{25}$  最大，即  $z$  最大。所以电视台每周播出甲电视剧 6 次，乙电视剧 3 次时才能使总收视人次最多。

14. 【答案】C

【解析】 $(x-1)(x+2) \leq 0$  的解集是  $-2 \leq x \leq 1$ 。

15. 【答案】B

【解析】设甲同学有  $x$  块，乙同学有  $y$  块，根据题意可得 
$$\begin{cases} x+y=24 \\ 4x-5y=60 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} x=20 \\ y=4 \end{cases}.$$

16. 【答案】B

【解析】 $x, y$  是正数，则  $1 = \frac{1}{x} + \frac{4}{y} \geq 2\sqrt{\frac{1}{x} \cdot \frac{4}{y}} = \frac{4}{\sqrt{xy}} \Rightarrow xy \geq 16$ 。

17. 【答案】C

【解析】根据题意可得  $b \star b - a \star a = b(1-b) - a(1-a) = b - b^2 - a + a^2$ ，又因为  $a, b$  是方程  $x^2 - x + \frac{1}{4}m = 0$  的两根，所以  $a^2 - a + \frac{1}{4}m = 0$ ，化简得  $a^2 - a = -\frac{1}{4}m$ ，同



理得  $b^2 - b = -\frac{1}{4}m$ ，代入上式得  $-(b^2 - b) + a^2 - a = -\left(-\frac{1}{4}m\right) + \left(-\frac{1}{4}m\right) = 0$ 。

18. 【答案】D

【解析】由题，设甲种污水处理器的污水处理效率为  $x$  吨/小时，则有乙种污水处理器的污水处理效率为  $x + 20$  吨/小时，又已知甲种污水处理器处理 25 吨的污水与乙种污水处理器处理 35 吨的污水所用时间相同，则  $\frac{25}{x} = \frac{35}{x + 20}$ 。

19. 【答案】C

【解析】根据当  $x = 3$  时， $2ax^5 - 3bx + 2 = 2a \cdot 3^5 - 3b \cdot 3 + 2 = 7$ ， $\therefore 2a \cdot 3^5 - 3b \cdot 3 = 5$ ，又  $x = -3$  时， $2ax^5 - 3bx + 2 = 2a \cdot (-3)^5 - 3b \cdot (-3) + 2 = -(2a \cdot 3^5 - 3b \cdot 3) + 2 = -3$ 。

20. 【答案】C

【解析】根据分式方程  $\frac{2x + m}{x - 1} = 1$ ，可转化为  $x = -1 - m$ ，且方程的根是非负数，则满足  $\begin{cases} -1 - m \geq 0 \\ -1 - m \neq 1 \end{cases}$ ，则  $m$  的取值范围是  $m \leq -1$  且  $m \neq -2$ 。

21. 【答案】A

【解析】设甲、乙两校转出的人数分别为  $x$  人， $3x$  人，转入的人数分别为  $y$  人， $3y$  人，根据寒假结束，开学的甲、乙两校人数相同，则  $1016 - x + y = 1028 - 3x + 3y$ ，可得  $x - y = 6$ ，开学时乙校人数为  $1028 - 3x + 3y = 1028 - 3(x - y) = 1028 - 18$ ，故相差 18 人。

22. 【答案】D

【解析】 $\because a < 1, b > 1$ ，令  $a = -2, b = 2$ ，则  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ ，故 A 错误；令  $a = -2, b = 2$ ，则  $\frac{b}{a} = -1 < 1$ ，故 B 错误；令  $a = -2, b = 2$ ，则  $a^2 = b^2$ ，故 C 错误； $(a - 1)(b - 1) < 0$ ，即  $ab < a + b - 1$ ，故 D 正确。

23. 【答案】C

【解析】由  $\frac{1}{2} < \frac{5}{x} < \frac{3}{4}$  可得  $\frac{20}{3} < x < 10$ ，年龄为整数，因此  $x$  可取：7, 8, 9，因此最多由 3 个。

24. 【答案】A

【解析】第一次降价后为  $0.8x$ ，第二次降价为  $0.8x - 10$ ，则  $0.8x - 10 = 100$ 。

25. 【答案】B

【解析】由  $|x - 3| + \sqrt{y - 6} = 0$  可得  $x = 3, y = 6$ ，结合三边关系可得三边为 3, 6, 6，



因此周长为 15。

## 导数与积分

1. 【答案】B

【解析】有界函数与无穷小的乘积还是无穷小。

2. 【答案】C

$$\text{【解析】} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 \frac{x}{2}}{x^2} = \frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 \frac{x}{2}}{\left(\frac{x}{2}\right)^2} = \frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin \frac{x}{2}}{\frac{x}{2}}\right)^2 = \frac{1}{2} \times 1^2 = \frac{1}{2}$$

3. 【答案】C

【解析】两边同时取极限  $x \rightarrow 1$ ,  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} [x \ln(2-x) + 3x^2 - 2 \lim_{x \rightarrow 1} f(x)]$ , 得

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3 - 2 \lim_{x \rightarrow 1} f(x), \text{ 解得 } \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1.$$

4. 【答案】D

【解析】令  $t = 1 - x$ , 则  $x = 1 - t$ ,  $f(t) = (1 - t)^3$ , 所以  $f'(t) = -3(1 - x)^2$ .

5. 【答案】D 本题为简单的复合函数求导

6. 【答案】C

【解析】由  $f(x) = |x^2 - x|$  的图像可知, 当  $x = 0$ 、 $x = 1$  时,  $f(x)$  连续但不可导。

7. 【答案】B

$$\text{【解析】} f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin \frac{1}{x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0$$

8. 【答案】C

【解析】对  $f(x)$  求导得,  $f'(x) = \cos \frac{\pi}{x} \cdot \left(-\frac{\pi}{x^2}\right)$ , 则  $f'(1) = \cos \frac{\pi}{1} \cdot \left(-\frac{\pi}{1}\right) = \pi$

9. 【答案】B

$$\text{【解析】} \frac{dy}{dx} = \frac{dy/dt}{dx/dt} = \frac{-\sin t}{\cos t} = -\tan t, \text{ 当 } t=0 \text{ 时, 即 } -\tan 0=0.$$

10. 【答案】A

$$\text{【解析】} y' \Big|_{x=1} = \frac{1}{x} \Big|_{x=1} = 1$$

11. 【答案】B



【解析】对函数求导得， $f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x+1)(x-1)$ ，当  $0 \leq x < 1$  时， $f'(x) < 0$ ，即  $f(x)$  单调递减；当  $1 < x \leq 2$  时， $f'(x) > 0$ ，即  $f(x)$  单调递增，当  $x=1$  时， $f'(x) = 0$ ，所以  $f(x)$  在  $x=1$  处取最小值，即  $f(x)_{\min} = f(1) = -3$ 。

12. 【答案】A

【解析】对函数求导得， $y' = 3x^2 + a$ ，因  $a > 0$ ，所以  $y' > 0$ ，即原函数在定义域内单调递增，则对于任意的正数  $x (x > 0)$ ，有  $f(x) > f(0) = b > 0$ ，即，对于  $\forall x, x > 0$ ，有  $f(x) > 0$ ，即有 0 个正根。

13. 【答案】C

【解析】根据不定积分公式。

14. 【答案】C

【解析】 $\int_{-3}^3 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_{-3}^3 = 18$ ，故答案是 C。

## 线性代数

1. 【答案】C

【解析】根据行列式的性质，行列式 D 中有两列（行）完全相同，行列式为零，则  $D=0$ 。

2. 【答案】D

【解析】根据行列式的计算  $\begin{vmatrix} 1 & 0 & a \\ 0 & b & 2 \\ 3 & c & 0 \end{vmatrix} = 1 \times (0 - 2c) + a \times (0 - 3b) = -3ab - 2c$ 。

3. 【答案】A

【解析】 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & \lambda + 1 \end{pmatrix} \xrightarrow[r_3 + (-2)r_1]{r_2 + (-1)r_1} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \lambda - 1 \end{pmatrix} \xrightarrow[r_3 + (-1)r_2]{r_3 + (-1)r_2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda - 1 \end{pmatrix}$ ，由  $A$  的秩为 2，

则  $\lambda - 1 = 0$ ， $\lambda = 1$ 。

4. 【答案】D

【解析】设  $n$  阶方阵  $A$ ，且  $|A| \neq 0$ ，则有  $A^{-1} = \frac{A^*}{|A|}$ ， $A^* = |A|A^{-1}$ ，

$$(A^*)^{-1} = \frac{1}{|A|} (A^{-1})^{-1} = \frac{A}{|A|}。$$

5. 【答案】B

【解析】由转置定理，先将矩阵中的方程分别求转置，之后行列互换即可。



6. 【答案】A

【解析】 $|A| = x_1b_2 - x_2b_1 = 2$ ,  $|B| = y_1b_2 - y_2b_1 = -7$ ,  $A+B = \begin{pmatrix} x_1+y_1 & 2b_1 \\ x_2+y_2 & 2b_2 \end{pmatrix}$ , 则

$$|A+B| = 2b_2(x_1+y_1) - 2b_1(x_2+y_2) = 2(x_1b_2 + x_2b_1) - 2(y_1b_2 + y_2b_1) = -10.$$

### 平面几何与解析几何

1. 【答案】A

【解析】考察三角形的三边关系，两边之和大于第三边，两边之差小于第三边。

2. 【答案】C

【解析】分为两种情况，第一种，6为腰，3为底，此时周长为15；第二种情况，3为腰，6为底，此时三角形不存在。

3. 【答案】B

【解析】连接BE. 先通过 $\angle B + \angle F = \angle B + \angle A = 90^\circ$ ，所以 $\angle F = \angle A$ ,  $\angle B = 60^\circ$ 。有 $30^\circ$ 所对的直角边等于斜边的一半，则可以推出求出 $BC = BD$ . 证三角形BDE和三角形BCE全等，得到 $DE = CE = 1\text{cm}$ ，所以 $EF = 2\text{cm}$ 。

4. 【答案】A

【解析】由已知，O到三角形三边距离相等，得O是角平分线的交点，再利用三角形内角和定理即可求出 $\angle BOC$ 的度数。

5. 【答案】A

【解析】利用三角形全等得到角相等，再利用三角形内角和定理容易求出。

6. 【答案】A

【解析】考察两圆的位置关系，比较两圆心距离与两圆半径和的大小关系。

7. 【答案】B

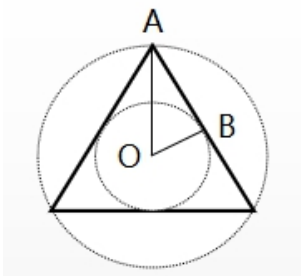
【解析】考察三角形三边关系：任意两边的和大于第三边，任意两边的差小于第三边。

8. 【答案】A

【解析】考察三角形中位线与底边的关系，由题意可知， $ED = FG = \frac{1}{2}BC$ ,  $EF = DG = \frac{1}{2}AO$ ，所以四边形DEFG的周长等于 $BC + AO = 14\text{cm}$ 。

9. 【答案】C

【解析】如图所示，可知外接圆半径是内切圆半径的2倍，所以面积是4倍的关系。





10. 【答案】A

【解析】当  $AB=AD$ , 即  $\square ABCD$  为菱形时, 其两条对角线才相互垂直。

11. 【答案】A

【解析】 $\triangle ABD$  与  $\triangle CBD$ 、 $\triangle GBP$  与  $\triangle FBP$ 、 $\triangle EPD$  与  $\triangle HPD$ , 这三对三角形面积分别相等, 由此可以得出,  $\square AGPE$  与  $\square PFCH$ 、 $\square ABFE$  与  $\square GBCH$ 、 $\square AGHD$  与  $\square EFCD$ , 这三对平行四边形面积也分别相等。

12. 【答案】D

【解析】分别连接  $AC, BD$ , 由三角形中位线的性质可知, 四边形  $GHEF$  为平行四边形。

13. 【答案】B

【解析】(2) 正确。

(1) 应为: 菱形的对角线互相平分且垂直;

(3) 应为: 平分一非直径弦的直径垂直于该非直径弦;

(4) 应为: 相交两圆的连心线垂直平分公共弦。

14. 【答案】D

【解析】可以考虑其特殊情况, 因为矩形也属于平行四边形, 则当一个长为 4, 宽为 3 的矩形, 变成一个长为 5, 宽为 4 的矩形时, 面积增加了  $\frac{2}{3}$ 。

15. 【答案】C

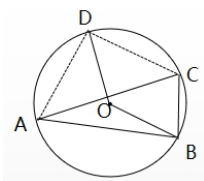
16. 【答案】B

【解析】因为两圆的半径分别是 1cm 和 5cm, 圆心距为 3cm, 则  $3 < 5 - 1 = 4$ , 所以两圆内含。

17. 【答案】A

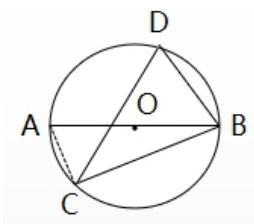
【解析】由题意,  $12\pi = 2\pi R$ , 所以半径为 6。

18. 【答案】C



【解析】分别连接  $DA, DC$ , 则有  $\angle DAC = \angle DCA$ , 又  $\angle ADC + \angle ABC = 180^\circ$ , 所以在四边形  $ABCD$  中,  $\angle DAB + \angle DCB = 180^\circ$ , 由此可以求得  $\angle DAC = \angle DCA = 42^\circ$ , 即  $\angle DAB = 78^\circ$ , 因为相等的弧对应的圆心角等于圆周角的两倍, 所以  $\angle BOD = 156^\circ$ 。

19. 【答案】B



【解析】连接 AC，得  $\angle ACB=90^\circ$ ，则  $\angle ACD=50^\circ$ ，由等弧对等角知， $\angle ABD=\angle ACD=50^\circ$ 。

20. 【答案】C

【解析】设直线斜率为  $k$ ，倾斜角为  $\alpha$ ，则有  $\tan \alpha = k$ ，由题意  $\tan \alpha = -1$ ，得  $\alpha = \frac{3\pi}{4}$ 。

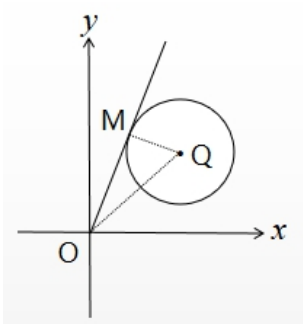
21. 【答案】D

【解析】圆方程又可以表示为  $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 13$ 。

22. 【答案】D

【解析】由两直线平行可知， $a(a-1)=2$ 。

23. 【答案】D



【解析】如图所示，直线与圆相切于 M 点，此时 M 点对应的  $\frac{y}{x}$  值最大。分别连接 OQ, QM,

由题意得， $OQ=2\sqrt{2}$ ,  $QM=\sqrt{2}$ ，则在  $\text{Rt}\triangle QMO$  中，设  $\angle MOQ=\alpha$ ，有  $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，则

$$\frac{y}{x} = \tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan \alpha + \tan \frac{\pi}{4}}{1 - \tan \alpha \tan \frac{\pi}{4}} = 2 + \sqrt{3}。$$

24. 【答案】B

【解析】令 N 点坐标为  $(x, y)$ ，则 M 点坐标为  $(x, 2y)$ ，带入圆的方程有  $x^2 + (2y)^2 = 4$ ，

化简即得  $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 。

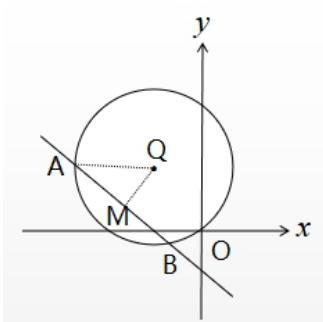
25. 【答案】B

【解析】两条直线相互垂直，则他们的斜率乘积为 -1，即， $-\frac{2a-1}{a} \times a = -1, (a \neq 0)$ ，



解得  $a=1$ , 当  $a=0$  时,  $l_1: y=0, l_2: x=0$ , 也同样相互垂直, 所以  $a=1$  或  $0$ 。

26. 【答案】D



【解析】如图所示, 连接 QA, 过圆心 Q 做弦 AB 的垂线交于 M 点, 则  $AM=MB=\frac{1}{2}AB$ 。由点到直线距离公式可求出  $QM=\sqrt{2}$ , 在  $Rt\triangle AMQ$  中,  $AM=\sqrt{AQ^2-QM^2}=\sqrt{3}$ , 即  $AB=2\sqrt{3}$ 。

27. 【答案】C

【解析】表示圆方程则有,  $a^2=2a+3$ , 解得  $a=3$  或  $-1$ , 带入  $3$  得方程为  $3x^2+3y^2+2x+1=0$ , 因为  $D^2+E^2-4F<0$ , 所以  $3$  排除。

28. 【答案】D

【解析】 $a=4, b=3, c=5$ , 所以  $e=\frac{c}{a}=\frac{5}{4}$ 。

29. 【答案】A

【解析】虚轴是实轴两倍, 说明  $m$  小于零, 即方程为双曲线, 再直接求解。

30. 【答案】C

【解析】由题意知,  $2b=2, b=1, 2c=2\sqrt{3}, c=\sqrt{3}$ , 再由  $a^2=c^2-b^2$  解得  $a=\sqrt{2}$ , 再由渐近线方程  $y=\pm\frac{b}{a}x$  可求得  $y=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}x$ 。

31. 【答案】A

【解析】根据渐近线方程  $y=\pm\frac{b}{a}x$  可知,  $\frac{b}{a}=\frac{4}{3}$ , 再由  $c=\sqrt{a^2+b^2}, e=\frac{c}{a}$  代入求解。

32. 【答案】A

【解析】当抛物线上一点的切线与该直线平行时, 此时该点到直线的距离是抛物线上所有点到直线距离最小的。对抛物线方程求导得,  $y'=-2x$ , 令  $y'=-\frac{4}{3}$ , 得  $x=\frac{2}{3}$ , 此时

$y=-\frac{4}{9}$ , 即点  $(\frac{2}{3}, -\frac{4}{9})$  到直线  $4x+3y-8$  的距离, 运用点到直线的距离公式





$$d = \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \text{ 可求得 } d = \frac{4}{3}.$$

33. 【答案】A

【解析】抛物线  $y^2 = 2px$  的准线方程为  $x = -\frac{p}{2}$ 。

34. 【答案】B

【解析】由双曲线性质有， $PF_1 - PF_2 = 2a = 2$ ， $c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{13}$ ，又  $|PF_1| : |PF_2| = 3 : 2$ ，可求得  $PF_1 = 6, PF_2 = 4, |F_1F_2| = 2c = 2\sqrt{13}$ ，即  $PF_1^2 + PF_2^2 = F_1F_2^2$ ，即  $\triangle PF_1F_2$  为直角三角形，且两边直角边分别为  $PF_1, PF_2$ ，可求出面积为  $\frac{1}{2}PF_1 \cdot PF_2 = 12$ 。

35. 【答案】A

【解析】由双曲线的性质可知，焦点到渐近线的距离为  $b$ 。

### 空间几何与向量

1. 【答案】D

2. 【答案】A

3. 【答案】B

【解析】此几何体为一圆柱体，且底圆直径为 2，高为 3。圆柱体的侧面积公式为  $S_{\text{侧}} = 2\pi r \cdot h$ ，其中  $r$  为底圆半径， $h$  为圆柱体的高。

4. 【答案】C

5. 【答案】D

【解析】A 中缺少条件“ $b$  与  $c$  相交”；B、C 中  $a$  都是也有可能平行于面  $\alpha$ 。

6. 【答案】B

7. 【答案】B

【解析】①正确，②也可能相互垂直，③如果题目中这些无数条直线都是相互平行的，则命题不成立，④正确。

8. 【答案】D

9. 【答案】D

【解析】 $\vec{a} // \vec{b}$ ，则  $2x = 12$ ，故  $x = 6$ 。

10. 【答案】D

【解析】依题意， $a + kb = (3+2k, 4-k)$ ，向量  $a + kb$  与  $b$  垂直，所以  $6+4k-4+k=0$ ， $k = -\frac{2}{5}$ 。

11. 【答案】A

【解析】由题意的： $(\vec{a} + \lambda\vec{b}) \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{b} + \lambda\vec{b}^2 = -5 + 10\lambda = 0$ ，解得  $\lambda = \frac{1}{2}$ 。



12. 【答案】D

13. 【答案】D

【解析】 $\vec{AC} \cdot \vec{AB} = |\vec{AC}| |\vec{AB}| \cos \langle \vec{AC}, \vec{AB} \rangle = |\vec{AC}|^2 = 16$

14. 【答案】A

【解析】 $f(x) = x^2 \vec{a} \cdot \vec{b} + x(|\vec{b}|^2 - |\vec{a}|^2) - \vec{a} \cdot \vec{b}$ ，因为  $\vec{a} \perp \vec{b}$ ，即  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ ，又  $|\vec{a}| \neq |\vec{b}|$ ，

所以  $f(x) = (|\vec{b}|^2 - |\vec{a}|^2)x$ 。

15. 【答案】A

【解析】 $\lambda \vec{a} + \vec{b} = (-3\lambda - 1, 2\lambda)$ ,  $\vec{a} - 2\vec{b} = (-1, 2)$ ，因为  $(\lambda \vec{a} + \vec{b}) \perp (\vec{a} - 2\vec{b})$ ，即  $(-3\lambda - 1) \times (-1) + (2\lambda) \times 2 = 0$ ，求得  $\lambda = -\frac{1}{7}$ 。

16. 【答案】C

### 概率与统计

1. 【答案】D

【解析】根据中位数的概率，将数据按照从小到大（或从大到小）的顺序排列，即 6, 7, 7, 7, 7, 8, 8, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 10, 10, 10 共 16 个数，则位于中间的是排在第 8 位和第 9 位的数：9 和 9，所以中位数为 9。

2. 【答案】B

【解析】A 选项中将数据按从小到大的顺序排列：7, 7, 8, 8, 9, 9, 9, 10，则中位数是  $\frac{8+9}{2} = 8.5$ ，错误；B 选项中众数是 9，正确；C 选项中平均数是  $\frac{7+7+8+8+9+9+9+10}{8} = 8.375$ ，错误；D 选项中极差是  $10-7=3$ ，错误。

3. 【答案】A

【解析】 $a < b$ ，且  $a, b$  的平均数为  $d$ ，所以  $a < d < b$ ，又因为  $d, c$  的平均数为  $e$ ，所以  $d < e < c$ ，因此  $a < d < b < e < c$ ， $a < d < e < b < c$ 。

4. 【答案】C

【解析】因为 3 出现的次数为 6 次，是最多的，所以众数为 3 元。最中间的两个数分别为 3 和 4，故其中位数为 3.5。

5. 【答案】C

【解析】在这组数据中，3 出现了 5 次，所以众数是 3；把这组数据从小到大排列是 1, 1, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4，所以中位数是 3；平均数为  $(1+1+3+3+3+3+3+4+4+4) \div 10 = 2.9$ ，所以众数、中位数相同。



6. 【答案】D

【解析】高一、高二、高三各年级应抽取的人数分别为  $135 \times \frac{900}{2700} = 45$ ， $135 \times \frac{1200}{2700} = 60$ ， $135 \times \frac{600}{2700} = 30$ 。

7. 【答案】C

【解析】这组数据的平均数为 10，即  $\frac{1}{5}(x+y+10+11+9) = 10$ ，解得  $x+y = 20$ ，这组数据的方差为 2，即  $\frac{1}{5}[(x-10)^2 + (y-10)^2 + (10-10)^2 + (11-10)^2 + (9-10)^2] = 2$ ，解得  $x^2 + y^2 = 208$ ，根据完全平方公式  $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2 = 208 + 2xy = 400$ ，得  $2xy = 192$ ， $(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2 = 208 - 192 = 16$ ， $|x-y| = \sqrt{(x-y)^2} = \sqrt{16} = 4$ 。

8. 【答案】C

【解析】甲种产品所占比例为  $\frac{3}{3+5+7} = \frac{1}{5}$ ， $18 \div \frac{1}{5} = 90$ ，则样本容量  $n = 90$ 。

9. 【答案】D

【解析】选项 A 中，众数是指出现次数最多的数是 24，正确；选项 B 中，极差是指最大值与最小值的差为 8，正确；选项 C 中，该组数据的平均数是  $\frac{20 \times 2 + 21 \times 4 + 22 \times 3 + 23 \times 8 + 24 \times 10 + 25 \times 9 + 26 \times 6 + 27 \times 3 + 28 \times 1}{2+4+3+8+10+9+6+3+1} = \frac{1104}{46} = 24$ ，正确，则选项 D 错误。

10. 【答案】B

【解析】根据参会教师中有 110 名初中教师，其中女生占 70%，则初中女教师为 77 人；150 名高中教师，其中女生占 40%，则高中女教师为 60 人，则共有 137 人。

11. 【答案】B

【解析】因为社会购买力的某项指标，受到家庭收入的影响而社区中各个家庭收入差别明显，①用分层抽样法，而从某中学的 15 名艺术特长生，要从中选出 3 人调查学习负担情况的调查中，个体之间差别不大，且总体和样本容量较小，所以②用简单随机抽样法。

12. 【答案】C

【解析】因为乙组数据的平均数  $= \frac{9+15+18+24+10+y}{5} = 16.8$ ， $\therefore y = 8$ ；甲组数据可排列成：9，12， $10+x$ ，24，27，所以中位数为： $10+x = 15$ ， $\therefore x = 5$ 。

13. 【答案】A

【解析】 $(86+92+100+106) \div 2 \div 4 = 48$ 。

14. 【答案】C

【解析】由于登记把 96 误登成 69 分，少了 27 分，加上 27 分后由原来的 84.1 变成了



84.7, 所以这个班的人数为  $(96 - 69) \div (84.7 - 84.1) = 27 \div 0.6 = 45$  (人)。

15. 【答案】B

【解析】要记录体温“变化”，折线统计图最合适。

16. 【答案】B

【解析】

$$\begin{aligned} S^2 &= \frac{1}{4} \left[ (x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + (x_3 - \bar{x})^2 + (x_4 - \bar{x})^2 \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[ x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 - 2(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) \cdot \bar{x} + 4\bar{x}^2 \right] = \frac{1}{4} (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 - 2 \cdot 4\bar{x} \cdot \bar{x} + 4\bar{x}^2) \\ &= \frac{1}{4} (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 - 4\bar{x}^2) = \frac{1}{4} (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 - 4) \Rightarrow \bar{x} = 1, \\ \therefore \frac{x_1 + (x_2 + 1) + (x_3 + 1) + (x_4 + 2)}{4} &= \frac{4\bar{x} + 4}{4} = \bar{x} + 1 = 2. \end{aligned}$$

17. 【答案】D

【解析】第一步选 2 名理科班的学生检查文科班，有  $A_4^2 = 12$  种。第二步，分三类：① 2 名文科生检查剩下的 2 名理科生所在班级，2 名理科生检查另 2 名理科生所在班级，有  $A_2^2 \cdot A_2^2 = 4$  种；② 2 名文科生检查去文科班检查的 2 名理科生所在班级，剩下的 2 名理科生互查所在班级，有  $A_2^2 \cdot A_1^1 = 2$  种；③ 2 名文科生 1 人去检查去文科班检查的 2 名理科生所在班级的一个和 1 人去检查剩下的 2 名理科生其中一个所在班级，有  $A_2^1 \cdot A_2^1 \cdot A_2^1 = 8$  种，根据分类分步计数原理可得，共有  $12 \times (4 + 2 + 8) = 168$  种不同安排方法。

18. 【答案】D

【解析】首先分为两个宏观的情况，即第二个位置为 0 和第二个位置非 0，当第二个位置为 0 时，可以组成满足条件的个数为  $C_3^1 \cdot A_2^2 = 6$ ，当第二个位置为非 0 时，可以组成满足条件的个数为  $C_3^1 \cdot C_2^1 = 6$ ，故满足条件的个数为 12。

19. 【答案】C

【解析】把 8 个不同的水果分给 3 个人，要求每人至少一个，数量不同，有 2 种分法： $8 = 1 + 2 + 5$ ； $8 = 1 + 3 + 4$ 。先组合  $C_8^1 \cdot C_7^2 \cdot C_5^5 + C_8^3 \cdot C_5^4 \cdot C_1^1 = 448$ ，再排列  $448 \times A_3^3 = 2688$  种。

20. 【答案】B

【解析】根据排列组合， $C_3^2 C_2^1 = 6$ 。



21. 【答案】C

【解析】数字 1, 2 的小球放在同一个抽屉, 共有  $C_3^1$  种, 其余 4 个选两个放入另一个抽屉, 其余一个就固定了, 故有:  $C_3^1 C_4^2$ 。

22. 【答案】A

【解析】甲、乙两名工人不能分到同一个车间, 则只需其中 3 个车间选两个  $C_3^2$ , 剩余的两个人中必须有 1 人选择另一个车间有  $C_2^1$  种方法, 其余 1 个人在三个车间任意选择, 即 3 部分人分到 3 个车间有  $A_3^3$ , 即共有  $C_3^2 \cdot C_2^1 \cdot A_3^3 = 36$  种。

23. 【答案】A

【解析】装有分别编号为 1, 2, 3, 4 的 4 个白球和 4 个黑球, 从中取出 3 个球, 则取出球的编号互不相同, 只是从分别有两个球的 4 个号中选 3 个球, 可以先从 4 个号中选三个号, 再在选出的三个号中二选一, 共有  $C_4^3 \cdot C_2^1 \cdot C_2^1 \cdot C_2^1 = 32$  种结果。

24. 【答案】C

【解析】根据题意, 分两种情况讨论: ①甲、乙、丙三人分在三个不同的班级, 则丙可以分在 A、B 班, 有 2 种安排方法, 将甲、乙分在其他两个班级, 有  $A_2^2 = 2$  种安排方法, 剩下的 3 个人全排列, 有  $A_3^3 = 6$  种安排方法, 则此时有  $2 \times 2 \times 6 = 24$  种安排方法; ②丙和甲、乙中的 1 人分在同一个班级, 在甲、乙中选出 1 人, 和丙一起分在 A 班或者 B 班, 有  $2 \times 2 = 4$  种情况, 剩余 4 人, 平均分成 2 组, 有  $\frac{1}{2} C_4^2 = 3$  种分组方法, 再将 2 组全排列, 对应剩下的 2 个班级, 有  $4 \times 3 \times 2 = 24$  种安排方法, 则一共有  $24+24=48$  种安排方法。

25. 【答案】D

【解析】A 选项, 打开电视剧正在播广告, 是随机事件; B 选项, 在连续 5 次的数学测试中, 两名同学的平均分相同, 方差较大的同学数学成绩不稳定, 而不是稳定; C 选项, 正面向上的概率是  $\frac{1}{2}$ , 不是 30%; D 选项, 从一个只装有白球的缸里摸出一个球是白球是必然事件。

26. 【答案】B

【解析】由题意得: 
$$\begin{cases} \frac{x}{x+y} = \frac{2}{5} \\ \frac{x}{x+y+3} = \frac{1}{4} \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}, \text{则原来盒里有白色棋子 2 颗。}$$

27. 【答案】D



【解析】白球和非白球的概率分别为  $P_{\text{白}} = \frac{10}{x+y+10}$ ,  $P_{\text{非白}} = \frac{x+y}{x+y+10}$ , 由题意可

知  $P_{\text{白}} = P_{\text{非白}}$ , 即  $\frac{10}{x+y+10} = \frac{x+y}{x+y+10}$ ,  $\therefore x+y=10$ 。

28. 【答案】D

【解析】由题意得, 可从该事件的对立事件考虑, 4次均正面向下的概率为  $\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$ ,

则至少一次正面向上的概率为  $1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$ 。

29. 【答案】D

【解析】由题意可知  $1 \in \{x | 2x^2 + ax - a^2 > 0\}$ , 则  $2 + a - a^2 > 0$ , 解得  $-1 < a < 2$ , 根据几何概率模型的知识点, 总的区间长度为 6, 随机取出一个数  $a$ , 使得  $1 \in \{x | 2x^2 + ax - a^2 > 0\}$  这个事件的长度为 3, 故区间  $[-3, 3]$  内随机取出一个数  $a$ , 使得  $1 \in \{x | 2x^2 + ax - a^2 > 0\}$  的概率为  $\frac{1}{2}$ 。

30. 【答案】B

【解析】口袋中共 5 只球, 从中任取 2 只球的取法有  $C_5^2$  种, 这两只恰为一红一黑的取法有  $C_3^1 C_2^1$  种, 则这两只恰为一红一黑的概率是  $P = \frac{C_3^1 C_2^1}{C_5^2} = \frac{6}{10} = 0.6$ 。

31. 【答案】A

【解析】随机事件 A 与 B 互不相容, 则  $P(AB) = 0$ ,  $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = 0$ 。

32. 【答案】D

【解析】可以先求出 2 个红球和 3 个红球的概率, 剩下的就是至多有一个红球的概率。

摸到 2 个红球和 3 个红球的概率  $P_1 = \frac{C_3^2 C_5^1}{C_8^3} + \frac{C_3^3}{C_8^3} = \frac{16}{56} = \frac{2}{7}$ , 所以至多有一个红球的概率为

$P_2 = 1 - P_1 = 1 - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$ 。

33. 【答案】B

【解析】由题意可知, 第一次取得黑球的概率为  $\frac{3}{5}$ , 第二次取得白球的概率为  $\frac{2}{5}$ , 所以其第一次取得黑球, 且第二次取得白球的可能性为  $\frac{3}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{25}$ 。



34. 【答案】B

【解析】因为 A 与 B 为互不相容事件，所以 A 与 B 不能同时发生，即  $P(AB)=0$ 。

35. 【答案】A

【解析】 $y = -\frac{n}{m}x + n$ ，其斜率  $k = -\frac{n}{m} < -\frac{1}{2}$ ，即  $m < 2n$ 。由题意可知， $m, n$  取值都在 1~6，所以满足题意的  $m, n$  的取值如下：①  $m=1$  时， $n$  的取值可以为 1, 2, 3, 4, 5, 6，共 6 种；②  $m=2$  时， $n$  的取值可以为 2, 3, 4, 5, 6，共 5 种；③  $m=3$  时， $n$  的取值可以为 2, 3, 4, 5, 6，共 5 种；④  $m=4$  时， $n$  的取值可以为 3, 4, 5, 6，共 4 种；⑤  $m=5$  时， $n$  的取值可以为 3, 4, 5, 6，共 4 种；⑥  $m=6$  时， $n$  的取值可以为 4, 5, 6，共 3 种。综上所述，符合题意的有  $6+5+5+4+4+3=27$  种，而总共有  $6 \times 6 = 36$  种，所以满足题意的概率为  $\frac{27}{36} = \frac{3}{4}$ 。

36. 【答案】A

【解析】根据题意可得，标号大于 2 的标号为 3、4、5 这三个球，共 5 个球，从中随机摸出一个小球，其标号大于 2 的概率为  $\frac{3}{5}$ 。

37. 【答案】B

【解析】从这 5 个数中随机抽取 2 个不同的数，共有  $C_5^2 = 10$  种选取方法，其中两个数和为偶数有：偶+偶（1 种），奇+奇（ $C_3^2 = 3$  种），故所求概率为  $P = \frac{1+C_3^2}{C_5^2} = \frac{2}{5}$ 。

38. 【答案】

【解析】三角形的周长为 30 倍，恰在离三个顶点的距离都大于 1 的线段长度为  $30-6=24$ ，则概率为  $\frac{24}{30} = \frac{4}{5}$ 。

39. 【答案】B

【解析】设 A 表示事件“4 只手套中至少有 2 只配成一双”，则  $\bar{A}$  表示事件“4 只手套

中没有 2 只配成一双”， $P(\bar{A}) = \frac{10 \times 8 \times 6 \times 4}{C_{10}^4} = \frac{8}{21}$ ，则  $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = \frac{13}{21}$ 。

40. 【答案】A

【解析】根据两位数是奇数，与十位数字无关，则个数数字为奇数的概率为  $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ 。

41. 【答案】A

【解析】根据甲班恰好分配到一男一女两名实习生的情况为  $C_2^1 \cdot C_2^1 = 4$ ，总的分配情况



为  $C_4^1 + C_4^2 + C_4^3 = 4 + 6 + 4 = 14$ ，则甲班恰好分配到一男一女两名实习生的概率为  $\frac{4}{14} = \frac{2}{7}$ 。

42. 【答案】B

【解析】由于事件  $E_1$ ：“脱靶”， $E_2$ ：“中靶”， $E_3$ ：“中靶环数大于4”， $E_4$ ：“中靶环数步小于5”，则在上述事件中，互斥而不对立的事件分别为  $E_1$  与  $E_3$ ； $E_1$  与  $E_4$ ，共2对。

43. 【答案】D

【解析】击中的可能性比较多，所以可以先求击中的对立事件-没击中的概率，由于三个人射击是独立事件，故没射中，就是三个人没射中的概率的乘积： $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$ ，所以射中的概率是： $1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$ 。

44. 【答案】C

【解析】由题意知  $\xi = 0, 1, 2, 3$ ， $\because$ 当  $\xi = 0$  时，表示前三次都没射中，第四次还要射击，但结果不计， $\therefore p(\xi = 0) = 0.4^3 = 0.064$ ； $\because$ 当  $\xi = 1$  时，表示前两次都没射中，第三次射中， $\therefore p(\xi = 1) = 0.6 \times 0.4^2 = 0.096$ ； $\because$ 当  $\xi = 2$  时，表示第一次没射中，第二次射中， $\therefore p(\xi = 2) = 0.6 \times 0.4 = 0.24$ ； $\because$ 当  $\xi = 3$  时，表示第一次射中， $\therefore p(\xi = 3) = 0.6$ 。综上所述， $E(\xi) = 0 \times 0.064 + 1 \times 0.096 + 2 \times 0.24 + 3 \times 0.6 = 2.376$ 。

45. 【答案】B

【解析】两个球上的数字之和为负数的组合只有一种为  $1-2=-1$ ，所以  $P = \frac{1}{C_3^2} = \frac{1}{3}$ 。

46. 【答案】D

【解析】由题意可得，这200名学生中每周的自习时间不少于22.5小时的人数频率为  $(0.16 + 0.08 + 0.04) \times 2.5 = 0.7$ ，故这200名学生中每周的自习时间不少于22.5小时的人数为  $200 \times 0.7 = 140$  人。

## 课标与教学论

1. 【答案】A

【解析】新课标中对学习评价提出，应建立目标多元、方法多样的评价体系。评价既要关注学生学习的结果，也要重视学习的过程；既要关注学生数学学习的水平，也要重视学生在数学活动中所表现出来的情感与态度，帮助学生认识自我、建立信心。

2. 【答案】A

【解析】《义务教育数学课程标准（2011年版）》指出推理能力包括合情推理和演绎推





理，合情推理是从已有的事实出发，凭借经验和直觉，通过归纳和类比等推断某些结果。

3. 【答案】C

【解析】数学新课程标准中，指出模型思想的建立是学生体会和理解数学与外部世界联系的基本途径。

4. 【答案】A

【解析】数学新课程标准中，指出有效的教学活动是学生学与教师教的统一，学生是学习的主体，教师是学习的组织者、引导者与合作者。

5. 【答案】A

【解析】新课程标准提出：数学课程应致力于实现义务教育阶段的培养目标，要面向全体学生，适应学生个性发展的需要，使得：人人都能获得良好的数学教育，不同的人在数学上得到不同的发展。

6. 【答案】B

【解析】数学新课程标准中，评价既要关注学生数学学习的结果，也要关注他们数学学习的过程；既要关注学生数学学习的水平，也要关注他们在数学活动中所表现出来的情感态度的变化。

7. 【答案】C

【解析】根据新课程标准要求：A选项为落实问题解决目标，故A错误；B选项为落实情感态度，故B错误；C选项为落实数学思考目标，故C正确；D选项为落实知识与技能目标，故D错误。

8. 【答案】D

【解析】数学课程目标包括结果目标和过程目标。结果目标使用“了解、理解、掌握、运用”等术语表述，过程目标使用“经历、体验、探索”等术语表述。

9. 【答案】B

【解析】义务教育课程标准中课程思路指出：“数学课程目标包括结果目标和过程目标。结果目标使用“了解、理解、掌握、运用”等术语表述，过程目标使用“经历、体验、探索”等术语表述。”

10. 【答案】A

【解析】义务教育课程标准指出：“模型思想的建立是学生体会和理解数学与外部世界联系的基本途径。”

11. 【答案】A

【解析】新课标指出“实践和综合运用”的学习，学生通过观察、实验、调查、设计等学习活动，经历提出问题、明确问题、探索问题、解决问题的过程。

12. 【答案】B

【解析】新课标指出实践和综合运用作为一种探索性的学习活动，发展学生思维能力主要通过为学生创设启发性的问题环境，引导学生经历探索过程来实现。



13. 【答案】B

【解析】数学新课程标准中，用来描述知识与技能的理解水平的行为动词时判断。

14. 【答案】D

【解析】数学新课程标准中，第三学段知识技能的第一方面，学生能够体验从具体情境中抽象出数学符号的过程。

15. 【答案】D

【解析】数学新课程标准中，A、B、C属于落实数学情感态度目标，而D选项是知识与技能方面的要求。

16. 【答案】C

【解析】选项C是“解决问题”目标。

17. 【答案】A

【解析】新课程标准提出：义务教育阶段数学课程目标分为总目标和学段目标，从知识技能、数学思考、问题解决、情感态度等四个方面加以阐述。

18. 【答案】A

【解析】我国魏晋时期的数学家刘徽首创割圆术，为计算圆周率建立严密的理论和完善的算法，所谓割圆术，就是不断倍增内接正多边形的边数求出圆周率的方法。

19. 【答案】D

【解析】教师在开发和利用生成性资源，应创设丰富的教学情境，宽松的教学环境，开展多样化的教学活动，提供教学辅导的材料，提供有价值的问题，而延迟判断学生的反馈是不正确的。

20. 【答案】B

【解析】数学新课程标准中指出，第一学段的评价应当以描述性评价为主，第二学段采用描述性评价和等级评价相结合的方式，第三学段可以采用描述性评价和等级（或百分制）评价相结合的方式。

21. 【答案】D

【解析】学校教育、教学的主要形式是课堂教学。

22. 【答案】A

【解析】数学有高度的抽象性、精确性、应用的广泛性等，没有思想的纯粹性。

23. 【答案】C

【解析】由多个图形、正向举例学习平行四边形，为变式分析。

24. 【答案】A

【解析】分析法是指要证明一个命题是正确的，思考问题时可以由结论向已知条件逐步追溯。即先假设命题的结论成立，推出它成立的原因，再把这些原因看成新的结论，再推求使它们成立的原因，如此逐步往上追溯，直到推出已知条件或已知的事实为止，简述之，就是执果索因。像这样的思维方法叫做分析法。



25. 【答案】B

【解析】将乘法的计算转化为点子图计算，运用转化的思想；结合图形画一画，运用数形结合思想。

26. 【答案】B

【解析】新课标指出概念的理解是概念教学的中心环节，一个概念的教学是否准确、到位，全靠学生的理解到不到位。

27. 【答案】A

【解析】将整数分为正整数和负整数，漏了0，所以违反了分类相称的原则。

28. 【答案】A

【解析】选项B，质数是一个数，互质数是两个数；选项C，是包含关系；选项D，也是包含关系。

29. 【答案】C

【解析】发生式定义法是指以被定义概念所反映对象发生过程或形成的特征描述来揭示被定义概念的本质属性的定义。描述高线的形成过程属于发生式定义。

30. 【答案】C

【解析】将实际应用问题抽象为几何问题。

31. 【答案】D

【解析】方程求解，将文字语言转换为符号语言，方程本身也是一种数学建模。

32. 【答案】A

【解析】建立直角坐标系，是属于数学中的数形结合思想；将三条高线相交于一点的问题转化为直线相交，是化归与转化的思想。本题目中未涉及到一般与特殊思想，分类与整合思想和或然与必然思想，故B，C，D不符合题意。

33. 【答案】D

【解析】此题目中未涉及到有限与无限思想。

34. 【答案】D

【解析】讲述弦的发生过程，即为发生定义。

35. 【答案】A

【解析】选项A是属种关系；选项B是对立关系；选项C是对立关系；选项D没有关系。

36. 【答案】A

【解析】新课标中强调备课是教师为完成教学任务对教学过程的总体设计。数学教学中备课评价是数学教学过程评价的重要内容，它以教学方案为核心，以课堂教学质量为重要依据，综合作用于数学学习水平的提高。

37. 【答案】D

【解析】该定义说明三角形的形成过程，是发生式定义。

38. 【答案】B



【解析】在解题教学时，不能控制学生解题的时间。

39. 【答案】D

【解析】根据所得的数据与原数据的差异进行修正和还原，用到假设法。

40. 【答案】B

【解析】伽罗瓦证明了存在某种不能用开方运算求解方程的方法，同时还提出了一个代数方程能用根式求解的判断定理。

41. 【答案】C

【解析】运用变换法，把复杂的问题转化为简单的问题（寻找一个全等三角形）而得到解决。

42. 【答案】A

【解析】涉及到或然与必然的数学思想。

43. 【答案】A

【解析】实施小学数学思想方法教学模式的一般流程是操作-引导-显现-领悟。操作的目的是增强感性认识，获得知识；引导是指教师在教学时，结合基本思想和基本方法引导学生思考；显现指通过教师演示或实验以及小学生动手操作，显现是最基本的数学思想方法；领悟是指小学生在教师的指导下，能动地取领悟基本思想方法。

44. 【答案】C

【解析】在判断函数  $f(x) = x^3 + ax + 5(a \in R)$  单调性的过程中，有分类讨论，涉及到分类与整合思想；有考虑特殊情况与一般情况，涉及到特殊与一般思想。



## 二、填空题

### 数与集合

1. 【答案】  $3.3 \times 10^5 \times 6 \times 10^{13} = 1.98 \times 10^{19}$  亿吨.

【解析】考察科学计数法的基本知识

2. 【答案】 1

【解析】根据被 11 整除的数的特点。

3. 【答案】 1290

【解析】根据整除的特点。

4. 【答案】 2 和 6

【解析】看末两位，能被 4 整除。

5. 【答案】 856      21

【解析】本题为带余除法定义式的基本题型。根据题意设两个自然数分别为  $x, y$ ，可以得到

$$\begin{cases} x = 40y + 16 \\ x + y + 40 + 16 = 933 \end{cases}, \text{解方程组得} \begin{cases} x = 856 \\ y = 21 \end{cases}, \text{即这两个自然数分别是 } 856, 21.$$

### 函数

1. 【答案】  $[-4, 0) \cup (0, 1]$

$$\text{【解析】} \begin{cases} -x^2 - 3x + 4 \\ x \neq 0 \end{cases} \Rightarrow x \in [-4, 0) \cup (0, 1]$$

2. 【答案】  $\{x | x > \frac{2}{3}\}$

【解析】由  $3x - 2 > 0, 2x - 1 > 0$ ，得  $x > \frac{2}{3}$ 。

3. 【答案】 -3

【解析】由题意  $f(0) = 0$ ，代入的  $b = -1$ ，所以当  $x \geq 0$  时， $f(x) = 2^x + 2x - 1$ ，

$$f(-1) = -f(1) = -3.$$

4. 【答案】 2

【解析】函数  $f(x) = \log_2 x$  是增函数，则  $\log_2 2a = 2 \log_2 a$ ，则  $2a = a^2$ ，则  $a = 2$

5. 【答案】 2

【解析】 $\log_2 12 - \log_2 3 = \log_2 4 = 2$

6. 【答案】  $-\frac{4}{3}$



【解析】 $\cos \alpha = -\frac{3}{5}, \alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ , 所以  $\sin \alpha = \frac{4}{5}, \therefore \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{4}{3}$ .

7. 【答案】  $-\frac{3}{5}$

【解析】由  $\sin \theta = -\frac{4}{5} < 0, \tan \theta > 0$  知,  $\theta$  是第三象限角, 故  $\cos \theta = -\frac{3}{5}$

### 方程与不等式

1. 【答案】 1

【解析】解方程组  $\begin{cases} x+y=6 \\ 3x-y=2 \end{cases}$ , 得  $\begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$ , 由题意可知,  $3 \times 2 + 4k = 10$ , 解得  $k = 1$ .

2. 【答案】 72

【解析】由题可得  $A \div B = 6C, 6C - C = 6, \therefore C = \frac{6}{5}, \therefore A \div B = \frac{36}{5}, \therefore B = \frac{5A}{36}$ ,  
 $\therefore A - \frac{5A}{36} = 62, \therefore A = 72$ .

3. 【答案】  $a = 4$

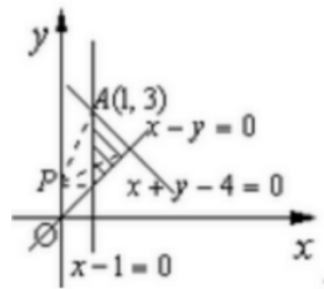
【解析】根据方程  $x^2 - x - 2 = 0$  的两个根为  $x_1 = -1, x_2 = 2$ , 又与分式方程  $\frac{1}{x+1} = \frac{2}{x+a}$  有一个解相同, 则只能是  $x = 2$ ,  $\therefore \frac{1}{3} = \frac{2}{2+a}, \therefore a = 4$ .

4. 【答案】 41, 81

【解析】根据题意得: 包菜+花菜=53①, 花菜+白菜=40②, 白菜+菠菜=28③, 则①-②得: 包菜-白菜=13④, 则③+④得: 包菜+菠菜=41⑤, 则①+②+③+④得: 2(花菜+白菜+菠菜+包菜) = 53+40+28+41, 所以花菜+白菜+菠菜+包菜=81.

5. 【答案】 2

【解析】作出不等式组对应的平面区域如图,  $\frac{y-1}{x}$  的几何意义是区域内的点与点  $P(0,1)$  的连线斜率, 由图知, 点  $P$  与点  $A(1,3)$  连线的斜率最大, 所以  $\left(\frac{y-1}{x}\right)_{\max} = k_{PA} = \frac{3-1}{1-0} = 2$ .



6. 【答案】 6

【解析】设乘  $x$  千米时, A、B 两市收费相同, 根据题意得:  
 $10 + (x-3) \times 1.2 = 8 + (x-2) \times 1.4$ , 解得  $x = 6$ . 故乘 6 千米时, A、B 两市收费相同.

7. 【答案】 7

【解析】设 B 组的人数为  $x$ , C 组、D 组的人数为  $y$ , 由已知可得  $15 + x + 2y + 4 = 36$ ,



化简得,  $x+2y=17$ ,  $4 < x < 15$  即  $x=7$ 。

8. 【答案】15

【解析】由  $\frac{x}{19} < \frac{4}{5} < \frac{x+1}{19}$ , 可化简为  $\begin{cases} \frac{x}{19} < \frac{4}{5} \\ \frac{4}{5} < \frac{x+1}{19} \end{cases}$ , 解得  $\frac{71}{5} < x < \frac{76}{5}$ , 因为  $x$  是自然

数, 故  $x=15$ 。

### 导数与积分

1. 【解析】 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+\cdots+n}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{1+n}{2}\right) \cdot n}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2n}\right) = \frac{1}{2}$

2. 【解析】0

3. 【解析】 $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{n^2+3}}{n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{n^2+3}{n^2}} = \sqrt{\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2+3}{n^2}} = \sqrt{\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{3}{n^2}\right)} = 1$

4. 【解析】 $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - x + 1) = 2^2 - 2 + 1 = 3$

5. 【解析】 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x+1}{2x-4} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7 + \frac{1}{x}}{2 - \frac{4}{x}} = \frac{7}{2}$

6. 【解析】 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x+2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+2)(x-2)}{x+2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x-2) = 2-2 = 0$

7. 【解析】 $y' = 3 \times (-2x^{-3}) + \frac{1}{3} \times 2x = -\frac{6}{x^3} + \frac{2}{3}x$

8. 【解析】 $y' = \sqrt{2x} + (x+1) \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{\sqrt{2x}} \times 2 = \sqrt{2x} + \frac{x+1}{\sqrt{2x}}$

9. 【解析】 $y' = 2x \cdot \sin \frac{1}{x} + x^2 \cdot \cos \frac{1}{x} \cdot (-1) \cdot \frac{1}{x^2} = 2x \cdot \sin \frac{1}{x} - \cos \frac{1}{x}$

10. 【解析】 $f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$ , 当  $x=0$  时,  $f'(x) = -9$ , 所以  $y-5 = -9x$ , 即  $9x+y=5$ 。

11. 【解析】

$$\int \frac{x}{1+x} dx = \int \left(1 - \frac{1}{x+1}\right) dx = \int 1 dx - \int \frac{1}{x+1} dx = x - \int \frac{1}{x+1} d(x+1) = x - \ln(x+1)$$

12. 【解析】 $\int \sqrt{x}(x^2-5) dx \rightarrow \int t(t^4-5) d(t^2) = \int 2t^2(t^4-5) dt$



$$\int 2t^2(t^4 - 5)dt = \int (2t^6 - 10t^2)dt = \int 2t^6 dt - \int 10t^2 dt = \frac{2}{7}t^7 - \frac{10}{3}t^3$$

$$\frac{2}{7}t^7 - \frac{10}{3}t^3 \rightarrow \frac{2}{7}(\sqrt{x})^7 - \frac{10}{3}(\sqrt{x})^3 = \frac{2}{7}x^{\frac{7}{2}} - \frac{10}{3}x^{\frac{3}{2}}$$

13. 【解析】  $\int \sin^2 \frac{x}{2} dx = \int \left( \frac{1 - \cos x}{2} \right) dx = \int \frac{1}{2} dx - \int \frac{\cos x}{2} dx = \frac{1}{2}(x - \sin x)$

14. 【解析】  $\int 2 \cos 2x dx = \int \cos 2x d(2x) = \sin 2x$

15. 【解析】  $\int \frac{1}{3+2x} dx = \int \frac{1}{3+2x} \cdot \frac{1}{2} d(2x+3) = \frac{1}{2} \int \frac{1}{2x+3} d(2x+3) = \frac{1}{2} \ln(2x+3)$

16. 【解析】  $\int x \cos x dx = \int x d(\sin x) = x \cdot \sin x - \int \sin x dx = x \sin x + \cos x$

17. 【解析】  $\int x^2 e^x dx = \int x^2 d(e^x) = x^2 e^x - \int e^x d(x^2) = x^2 e^x - \int 2x e^x dx$

$$\int 2x e^x dx = \int 2x d(e^x) = 2x \cdot e^x - \int 2e^x dx = 2x e^x - 2e^x$$

$$\int x^2 e^x dx = (x^2 - 2x + 2)e^x$$

### 线性代数

1. 【答案】  $-\frac{1}{16}$

【解析】  $|(2A)^{-1}| = \left| \frac{1}{2} A^{-1} \right| = \left( \frac{1}{2} \right)^3 \cdot |A|^{-1} = \frac{1}{8} \times \left( -\frac{1}{2} \right) = -\frac{1}{16}$

2. 【答案】 18

【解析】 由三阶矩阵 A 的特征值为 1, 2, 3 可知,  $A^3 - 5A^2 + 7A$  的特征值为 3, 2, 3,

则行列式  $|A^3 - 5A^2 + 7A| = 3 \times 2 \times 3 = 18$ 。

### 平面几何与解析几何

1. 【答案】 6

【解析】 连接 BD,  $\because DE$  垂直平分 AB,  $\therefore AD=BD$ ,  $\therefore \angle DBA = \angle A = 30^\circ$ ,  $\therefore \angle CBD = 30^\circ$ ,  $\therefore BD = 2CD = 4$ ,  $\therefore AC = CD + AD = CD + BD = 2 + 4 = 6$ , 答案 6。

2. 【答案】 4cm

【解析】 证明三角形 BCD 和三角形 BED 全等 (AAS), 则  $DE=CD$ ,  $AD+DE=AC=4\text{cm}$ 。

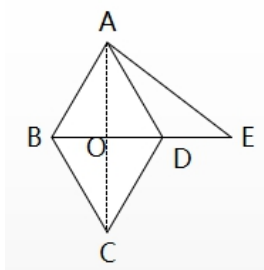
3. 【答案】 2.7cm

【解析】 根据  $BE \perp CE$ ,  $AD \perp CE$  得  $\angle E = \angle ADC$ , 则  $\angle CAD + \angle ACD = 90^\circ$ , 再由  $\angle ACB = 90^\circ$ , 得  $\angle BCE + \angle ACD = 90^\circ$ , 则  $\angle BCE = \angle CAD$ , 从而证出  $\triangle BCE \cong \triangle CAD$ , 进而得出 BE 的长。





4. 【答案】12



【解析】连接 AC 交 BD 于 O 点，则  $BO=OD=8$ ，在  $Rt\triangle ABO$  中，由勾股定理得， $AO^2 = AB^2 - BO^2 = 17^2 - 8^2 = 225$ ，设  $DE=x$ ，则在  $Rt\triangle AOE$  中，由勾股定理得， $AO^2 + OE^2 = 225 + (8+x)^2 = AE^2 = 25^2 = 625$ ，解得  $x=12$ ，即  $DE=12$ 。

5. 【答案】 $18(\pi \approx 3.14)$

【解析】由题意，即三角形面积比半圆面积大 23 平方厘米。

6. 【答案】 $2\sqrt{2}$

【解析】函数过的定点为  $(2, 1)$ ，则  $2m+n=1$ ， $4^m + 2^n \leq 2\sqrt{2^{2m} \cdot 2^n} = 2\sqrt{2^{2m+n}} = 2\sqrt{2}$

7. 【答案】9

【解析】函数过的定点为  $(1, 1)$ ，则  $m+n=1$ ，

8. 【答案】 $\sqrt{3}x - y + 4 + 3\sqrt{3} = 0$

【解析】先求出  $k=\sqrt{3}$  设直线为  $y=\sqrt{3}x+b$ ，求出 b

9. 【答案】 $\sqrt{3}$ 或 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

【解析】将点的坐标代入点到直线的公式，解关于 m 的方程。

10. 【答案】1

【解析】将圆的方程化成标准形式，圆心经过直线，求得  $a+b=2$ ，所以 ab 最大值为 1

11. 【答案】相离

【解析】圆心到直线的距离大于半径

12. 【答案】 $\frac{y^2}{5} - \frac{x^2}{4} = 1$

【解析】设双曲线的方程为： $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$ ，椭圆的焦点为  $(0, \pm\sqrt{5})$ ，则  $a = \sqrt{5}$ 。椭

圆的顶点是  $(0, \pm 3)$ ，则  $c=3$ ，则由  $a^2 + b^2 = c^2$ ，则  $b=2$ ，故双曲线方程式  $\frac{y^2}{5} - \frac{x^2}{4} = 1$



13. 【答案】  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$

【解析】由题直接得出  $c = 2\sqrt{3}$ ， $a = 2b$ ，而  $a^2 - b^2 = c^2 = 12$ ，求出  $a = 4, b = 2$ ，椭圆

圆方程为  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ 。

14. 【答案】  $(2,0), (-2,0)$

【解析】 $a = \sqrt{5}$ ， $b = 1$ ，所以  $c = \sqrt{a^2 - b^2} = 2$ 。

15. 【答案】 4

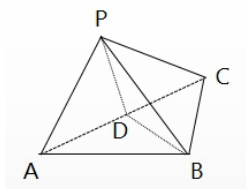
【解析】抛物线的焦点坐标为  $(\frac{p}{2}, 0)$ ，椭圆的右焦点坐标为  $(2, 0)$ ，所以  $p = 4$ 。

16. 【答案】  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$

【解析】由题意可知， $a = 3, c : b = 5 : 4$ ，在双曲线中有  $a^2 + b^2 = c^2$ ，则  $b = 4$ 。

### 空间几何与向量

1. 【答案】  $5\sqrt{3}$



【解析】取 AC 的中点 D，连接 PD, BD。由  $AB \perp BC$ ， $\angle BAC = 30^\circ$ ， $BC = 5$  可得  $AC = 10$ ，即  $PA = PB = PC = AC = 10$ ，所以  $\triangle PAC$  为等边三角形，且  $PD \perp AC$ ， $PD = 5\sqrt{3}$ 。在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $BD = \frac{1}{2}AC = 5$ ，

又  $PB = 10$ ，即在  $\triangle PDB$  中有， $PD^2 + DB^2 = PB^2$ ，所以  $\triangle PDB$  为直角三角形，且  $PD \perp DB$ 。由  $PD \perp AC, PD \perp BD$  得， $PD \perp$  面  $ABC$ ，则 P 点到面  $ABC$  的距离就等于  $PD$ 。

2. 【答案】  $a < b$

【解析】棱长为  $a$  的正方体表面积公式为  $6a^2$ ，体积公式为  $a^3$ ，球的表面积公式为  $4\pi R^2$ ，体积公式为  $\frac{4}{3}\pi R^3$ 。

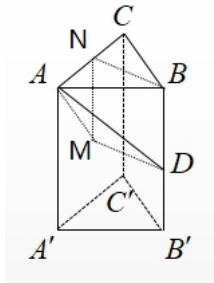
3. 【答案】  $\frac{2}{3}$

【解析】圆柱体的体积公式为  $V_{\text{柱}} = Sh$ ，圆锥体的体积公式为  $V_{\text{锥}} = \frac{1}{3}Sh$ ，即同底等高



的圆柱体体积是圆锥体体积的 3 倍。

4. 【答案】  $\frac{\sqrt{6}}{4}$



【解析】作 D 点在面  $AA'C'C$  的投影，并设其为 M 点，则 AM 即为 AD 在面  $AA'C'C$  上的投影，AD 与面  $AA'C'C$  所成的角即为  $\angle DAM$ 。正三棱柱中，上下底面均为正三角形，即等边

三角形，且由题意知边长为 1。在三角形 DMA 中，可以分别求出， $DM=BN=\frac{\sqrt{3}}{2}$ ， $AM=\frac{\sqrt{5}}{2}$ ， $AD=\sqrt{2}$ ，

则在  $Rt \triangle DMA$  中， $\sin \angle DAM = \frac{MD}{AD} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{4}$ 。

5. 【答案】  $\frac{3}{2}$

【解析】向量平行，则满足  $2m=3$ ，故  $m=\frac{3}{2}$

### 概率与统计

1. 【答案】 28

【解析】设该班的学生总数为  $x$ ，由题意可知  $0 < x - \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}x - \frac{1}{7}x < 6$ ，进一步解得  $0 < x < 56$ ，又因为该班学生的总人数为 2，4，7 的公倍数，即该班的总人数  $x$  只能为 28 人。

2. 【答案】 7

【解析】掷骰子掷出来的数为 1，2，3，4，5，6，则和有 2，3，4，5，6，7，8，9，10，11，12 这些情况，可能性最大的是 7，有 (1, 6) (2, 5) (3, 4) 及交换顺序 6 种情况。

3. 【答案】 条形

【解析】统计年级学生人数，需要较清楚的表现出各年级的人数，而条形统计图能很容易的看出数量的多少。

4. 【答案】 折线

【解析】根据统计图的特点可知，描述从一年级到六年级的平均身高变化情况，用折线统计图。

5. 【答案】 60



【解析】用 1、3、5、7、9 五个数字中的三个替换 A、B、C，A、B、C 的值互不相同，用分步计数原理，直线条数是  $5 \times 4 \times 3 = 60$  条。

6. 【答案】189

【解析】根据题意，不考虑限制条件，从 12 张卡片中任取 3 张有  $C_{12}^3$  种情况，其中如果取出的 3 张为同一颜色，有  $4C_3^3$  种情况，如果取出的 3 张有 2 张红色的卡片，有  $C_3^2 C_9^1$  种情况，则满足条件的取法有  $C_{12}^3 - 4C_3^3 - C_3^2 C_9^1 = 189$  种。

7. 【答案】 $\frac{1}{33}$

【解析】有题意可知该中学共有学生  $800+850=1650$  人，其中走读的女生人数为  $850-800=50$  人，故抽到一名走读女生的概率为  $\frac{50}{1650} = \frac{1}{33}$ 。

## 课标与教学论

1. 【答案】讲授；自主学习

【解析】《义务教育数学课程标准（2011 年版）》实施建议中提出：在数学教学活动中，教师要把基本理念转化为自己的教学行为，处理好教师讲授与学生自主学习的关系，注重启发学生积极思考。

2. 【答案】数量关系；空间形式

【解析】数学课程标准中提出数学是研究数量关系和空间形式的科学。

3. 【答案】基本技能；基本思想

【解析】《义务教育数学课程标准（2011 年版）》在总目标中指出，获得适应社会生活和进一步发展所必需的数学的基础知识、基本技能、基本思想、基本活动经验。

4. 【答案】形成过程；数学思想方法

【解析】《义务教育数学课程标准（2011 年版）》在课程基本理念中明确指出：“数学课程内容，不仅包括数学的结果，也包括数学结果的形成过程和蕴涵的数学思想方法，数学课程内容的组织要重视过程，要处理好过程与结果的关系，数学教学活动是师生积极参与、交往互动，共同发展的过程。”

5. 【答案】科学语言

【解析】数学新课程标准中，数学是研究空间形式和数量关系的科学，是刻画自然规律和社会规律的科学语言和有效工具。

6. 【答案】数量关系；变化规律

【解析】符号意识主要是指能够理解并且运用符号表示数、数量关系和变化规律；知道使用符号可以进行运算和推理，得到的结论具有一般性。建立符号意识有助于学生理解符号的使用，是数学表达和进行数学思考的重要形式。

7. 【答案】普及性



【解析】义务教育阶段的数学课程是培养公民素质的基础课程，具有基础性、普及性和发展性。

8. 【答案】归纳概括；验证

【解析】数学新课程标准中，创新意识的培养是现代数学教育的基本任务，应体现在数学教与学过程之中，其中，归纳概括得到猜想和规律，并加以验证，是创新的重要方法。

9. 【答案】思路

【解析】几何直观主要是指利用图形描述和分析问题。借助几何直观可以把复杂的数学问题变得简单、形象，有助于探索解决问题的思路，预测结果。几何直观可以帮助学生直观地理解数学，在整个数学学习过程中都发挥着重要作用。

10. 【答案】几何直观；模型思想

【解析】《义务教育数学课程标准（2011年版）》，数学课堂中，应当注重发展学生的数感、符号意识、空间概念、几何直观、数据分析观念、运算能力、推理能力和模型思想。

11. 【答案】数量关系；运算结果

【解析】《义务教育数学课程标准（2011年版）》在课程内容中明确指出：数感主要是指关于数与数量、数量关系、运算结果估计等方面的感悟。建立数感有助于学生理解现实生活中数的意义，理解或表述具体情境中的数量关系。

12. 【答案】算理；合理简洁

【解析】《义务教育数学课程标准（2011年版）》在课程内容中明确指出：运算能力主要是指能够根据法则和运算律正确地进行运算的能力。培养运算能力有助于学生理解运算的算理，寻求合理简洁的运算途径解决问题。

13. 【答案】数学符号；数量关系

【解析】数学新课程标准中，建立和求解模型的过程包括：从现实生活或具体情况中抽象出数学问题，用数学符号建立方程、不等式、函数等表示数学问题中的数量关系和变化规律，求出结果、并讨论结果的意义。

14. 【答案】统计与概率；综合与实践

【解析】在各学段中，《义务教育阶段数学课程标准》安排了四个方面的课程内容，分别是数与代数、图形与几何、统计与概率、综合与实践。



### 三、解答题

1. 【解析】  $\frac{\partial z}{\partial x} = 2xe^{x+y} + x^2e^{x+y}$ ,  $\frac{\partial z}{\partial y} = x^2e^{x+y}$ ,  $dz = (2xe^{x+y} + x^2e^{x+y})dx + (x^2e^{x+y})dy$

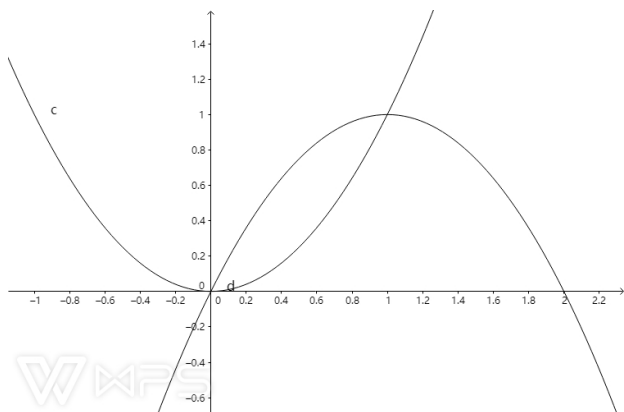
2. 【解析】  $y' = (e^{\sin x \cdot \ln x})' = e^{\sin x \cdot \ln x} \cdot (\sin x \cdot \ln x)'$ , 其中

$$(\sin x \cdot \ln x)' = (\sin x)' \cdot \ln x + \sin x \cdot (\ln x)' = \cos x \cdot \ln x + \frac{\sin x}{x}, \text{ 所以}$$

$$y' = x^{\sin x} \left( \cos x \ln x + \frac{\sin x}{x} \right)$$

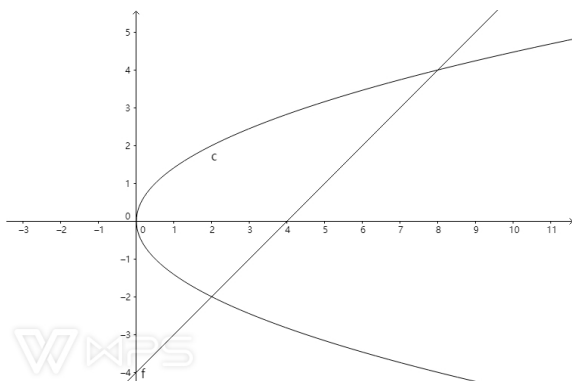
3. 【解析】在坐标系中画出两个函数的图形, 见下图, 求出其交点的横坐标分别为 0, 1, 由图形可看出, 当  $0 < x < 1$  时, 函数  $y = 2x - x^2$  在函数  $y = x^2$  的上方, 所以两函数所围成图形的面积为定积分  $\int_0^1 [(2x - x^2) - x^2] dx$  的值, 解此定积分得:

$$\int_0^1 (2x - 2x^2) dx = \left( x^2 - \frac{2}{3} x^3 \right) \Big|_0^1 = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}, \text{ 即所围图形面积为 } \frac{1}{3}.$$

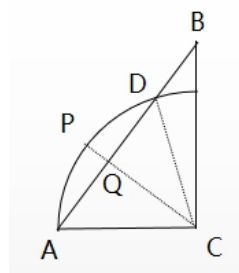


4. 【解析】在坐标系中画出两个函数的图形, 见下图, 求出其交点的纵坐标分别为 -2, 4, 所以两函数所围成图形的面积为定积分  $\int_{-2}^4 \left[ (y+4) - \frac{y^2}{2} \right] dy$  的值, 解此定积分得:

$$\int_{-2}^4 \left( y + 4 - \frac{y^2}{2} \right) dy = \left( \frac{y^2}{2} + 4y - \frac{y^3}{6} \right) \Big|_{-2}^4 = \left( \frac{4^2}{2} + 4 \times 4 - \frac{4^3}{6} \right) - \left( \frac{(-2)^2}{2} + 4 \times (-2) - \frac{(-2)^3}{6} \right) = 18.$$



5. 【解析】如右图所示，连接 CD，过 C 点作 AD 垂线交 AD 于 Q 点，交弧 AD 于 P 点，则  $AQ=QD=\frac{1}{2}AD$ 。可以证得  $Rt\triangle CQA$  与  $Rt\triangle BCA$  相似，则有  $\frac{AB}{AC} = \frac{AC}{AQ}$ ，又  $AC=6, BC=8$ ，即  $AB=10$ ，所以  $AQ=3.6$ ，即  $AD=7.2$ 。



6. 【解析】

(1) 证明：连接 OC，AD， $\therefore$  弧 AC = 弧 CD

$\therefore OC \perp AD$ ， $\angle ADC = \angle DBC$ ，

而  $\angle DCE = \angle CBD$ ，则  $\angle DCE = \angle ADC$ ，

$\therefore CE \parallel AD$ ， $\therefore OC \perp CE$ ， $\therefore CE$  是  $\odot O$  的切线；

(2) 解：设 AD 交 OC 于点 F， $\because AB$  为直径， $\therefore \angle ADB = 90^\circ$ ，

由  $CE \parallel AD$ ， $\therefore \angle E = 90^\circ$ ， $\therefore$  弧 AC = 弧 CD

$\therefore OC \perp AD$ ， $AF = DF$ ，在  $Rt\triangle CED$  中，设  $DE = x$ ，则  $CE = 2x$ ，而  $CD = 2\sqrt{5}$

根据勾股定理得： $x^2 + (2x)^2 = (2\sqrt{5})^2$

解得： $x = 2$ ， $\therefore DE = 2$ ， $CE = 4$ ，

$\because \angle E = \angle OCD = \angle ADE = 90^\circ$ ， $\therefore$  四边形 CEDF 是矩形，

$\therefore AF = DF = CE = 4$ ， $CF = DE = 2$ ，

在  $Rt\triangle OAF$  中，设  $OA = r$ ，根据勾股定理得  $r^2 = 4^2 + (r - 2)^2$

$\therefore r = 5$ 。

7. 【解析】见右图

(1) 证明：连接 OD，

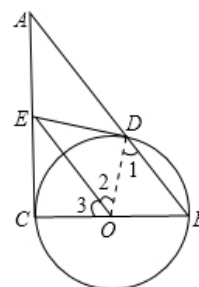
$\because O, E$  分别是  $BC, AC$  中点，

$\therefore OE \parallel AB$ 。  $\therefore \angle 1 = \angle 2$ ， $\angle B = \angle 3$ 。

$\because OB = OD$ ， $\therefore \angle 2 = \angle 3$ 。  $\because OD = OC$ ， $OE = OE$ ， $\therefore \triangle OCE \cong \triangle ODE$ 。

$\therefore \angle OCE = \angle ODE$ 。  $\because \angle C = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle ODE = 90^\circ$ 。  $\therefore DE$  是  $\odot O$  的切线。





(2) 解: 在  $Rt\triangle ODE$  中,

$$\because OD = 3/2, DE=2, \therefore OE = 5/2$$

$$\text{又} \because O、E \text{ 分别是 } CB、CA \text{ 的中点, } \therefore AB = 2 \cdot OE = 2 \times \frac{5}{2} = 5$$

$\therefore$  所求  $AB$  的长是  $5\text{cm}$ .

8. 【解析】根据平面的点法式方程, 得所求平面的方程为  $(x-2)-2(y+3)+3z=0$ , 即  $x-2y+3z-8=0$ .

9. 【解析】 $\overrightarrow{M_1M_2} = (-3, 4, -6), \overrightarrow{M_1M_3} = (-2, 3, -1)$ , 设平面的法向量为  $\vec{n} = (x, y, z)$ , 则有  $\overrightarrow{M_1M_2} \cdot \vec{n} = 0, \overrightarrow{M_1M_3} \cdot \vec{n} = 0$ , 即  $-3x+4y-6z=0$ , 且  $-2x+3y-z=0$ , 求解得,  $x=-14z, y=-9z$ , 令  $z=-1$ , 则  $\vec{n} = (14, 9, -1)$ , 又平面过点  $M_1(2, -1, 4)$ , 所以平面方程可表示为  $14(x-2)+9(y+1)-(z-4)$ , 化简即为  $14x+9y-z-15=0$ .

10. 【解析】平面通过  $x$  轴, 一方面表明它的法线向量垂直于  $x$  轴, 即  $A=0$ ; 另一方面表明它必通过原点, 即  $D=0$ . 因此可设这平面的方程为  $By+Cz=0$ . 又因为这平面通过点  $(4, -3, -1)$ , 所以:  $-3B-C=0$ , 将其代入所设方程并除以  $B(B \neq 0)$ , 便得所求的平面方程为  $y-3z=0$ .

11. 【解析】 $\mathbf{n}_1 = (A_1, B_1, C_1) = (1, -1, 2), \mathbf{n}_2 = (A_2, B_2, C_2) = (2, 1, 1)$

$$\cos\theta = \frac{|A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2+B_1^2+C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2+B_2^2+C_2^2}} = \frac{|1 \times 2 + (-1) \times 1 + 2 \times 1|}{\sqrt{1^2+(-1)^2+2^2} \cdot \sqrt{2^2+1^2+1^2}} = \frac{1}{2}$$

$$\theta = \frac{\pi}{3}$$

12. 【解析】已知从点  $M_1$  到点  $M_2$  的向量为  $\mathbf{n}_1 = (-1, 0, -2)$ , 平面  $x+y+z=0$  的法线向量为  $\mathbf{n}_2 = (1, 1, 1)$ . 设所求平面的法线向量为  $\mathbf{n} = (A, B, C)$ , 因为点  $M_1(1, 1, 1)$  和  $M_2(0, 1, -1)$  在所求平面上所以  $\mathbf{n} \perp \mathbf{n}_1$ , 即  $-A-2C=0, A=-2C$ , 又因为所求平面垂直于平面  $x+y+z=0$ , 所以  $\mathbf{n} \perp \mathbf{n}_2$ , 即  $A+B+C=0, B=C$ , 于是由点法式方程, 所求平面为  $-2C(x-1)+C(y-1)+C(z-1)=0$ , 即  $2x-y-z=0$ .

$$13. 【解析】d = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} = \frac{|1 \times 2 + 1 \times 1 - (-1) \times 1 + 1|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + (-1)^2}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

14. 【解析】先求直线上的一点, 取  $x=1$ , 有  $\begin{cases} y+z=-2 \\ -y+3z=2 \end{cases}$ , 解此方程组, 得  $y=-2, z=0$ , 即  $(1, -2, 0)$  就是直线上的一点. 再求这直线的方向向量  $s$ . 以平面  $x+y+z=-1$  和  $2x-y+3z=4$  的

法线向量的向量积作为直线的方向向量  $s: s = (i+j+k) \times (2i-j+3k) = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 4i - j - 3k$ , 因此,

所给直线的对称式方程为  $\frac{x-1}{4} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{-3}$ . 令  $\frac{x-1}{4} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{-3} = t$ , 得所给直线的参数方程为





$$\begin{cases} x=1+4t \\ y=-2-t \\ z=-3t \end{cases} .$$

15. 【解析】  $L_1$  的方向向量  $\vec{s}_1 = (1, -4, 1)$ ， $L_2$  的方向向量  $\vec{s}_2 = (2, -2, -1)$ ，

$$\cos \theta = \frac{|\vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2|}{|\vec{s}_1| |\vec{s}_2|} = \frac{|2+8-1|}{\sqrt{1+16+1} \sqrt{4+4+1}} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \theta = \frac{\pi}{4} .$$

16. 【解析】平面的法向量  $\vec{n} = (2, -3, 1)$ ，直线与平面垂直，则直线的方向向量  $\vec{s} // \vec{n}$ ，可令  $\vec{s} = (2, -3, 1)$ ，又直线过点  $(1, -2, 4)$ ，所以直线方程可表示为  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-4}{1}$ 。

17. 【解析】令  $F(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 14$ ，分别对  $x, y, z$  求偏导得， $F'_x = 2x, F'_y = 2y, F'_z = 2z$ ，带入点  $(1, 2, 3)$  得， $F'_x = 2, F'_y = 4, F'_z = 6$ ，所以切平面方程为  $2(x-1) + 4(y-2) + 6(z-3) = 0$ ，整理得， $2x + 4y + 6z - 19 = 0$ ；法线方程为  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-3}{6}$ 。

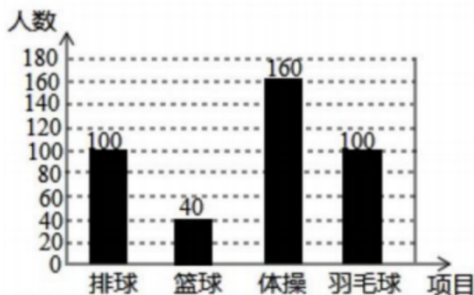
18. 【解析】令  $F(x, y, z) = x^2 + y^2 - z - 1$ ，分别对  $x, y, z$  求偏导得， $F'_x = 2x, F'_y = 2y, F'_z = -1$  带入点  $(2, 1, 4)$  得， $F'_x = 4, F'_y = 2, F'_z = -1$ ，所以切平面方程为  $4(x-2) + 2(y-1) - (z-4) = 0$ ，整理得， $4x + 2y - z - 6 = 0$ ；法线方程为  $\frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-4}{-1}$ 。

19. 【解析】

(1) 由右边的条形统计图可知报名参加体操的总人数为 160，且根据扇形统计图可知报名参加体操的人数占总人数的 40%，即该校报名参加活动的总人数为  $\frac{160}{40\%} = 400$  人。

(2) 根据右边的条形统计图可知，报名参加排球的人数为 100 人，根据 (1) 可知该校报名参加活动的总人数 400 人，即选排球的人数占报名人数百分比为  $\frac{100}{400} = \frac{1}{4} = 25\%$ 。

(3) 选羽毛球的人数 =  $400 - 100 - 40 - 160 = 100$  人，条形统计图补充如下：



20. 【解析】

(1) 出现的结果有三种情况：甲乙、乙丙、甲丙，每种出现的可能性相等，乙有两种可能



抽到，则乙被抽中的概率是  $P_1 = \frac{2}{3}$ 。

(2) 按照甲、乙、丙的顺序抽签，选两人参加比赛的基本事件总数  $n = C_3^2 = 3$ ，乙被抽中，甲也被抽中的基本事件个数为 1，则乙被抽中，甲也被抽中的概率为  $P_2 = \frac{1}{3}$ 。

**21. 【解析】**

(1) 根据该选手进入第四轮才被淘汰，说明前三轮考核均能通过，则概率为

$$\frac{4}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{5} \times \left(1 - \frac{1}{5}\right) = \frac{96}{625}。$$

(2) 根据该选手至多进入第三轮考核，可以从该事件的对立事件考虑为该选手能进入第四轮考核，则概率为  $\frac{4}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{24}{125}$ ，则该选手至多进入第三轮考核的概率为  $1 - \frac{24}{125} = \frac{101}{125}$ 。

**22. 【解析】**

(1) 打 5, 6, 7, 8 折的概率分别为  $\frac{1}{3 \times 2} = \frac{1}{6}$ ,  $\frac{2}{3 \times 2} = \frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{6}$ 。设事件 A 为“三位顾客中恰有两位顾客打 6 折”，所以  $P(A) = C_3^2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$ 。

(2) X 的可能取值为 2000, 2200, 2400, 2600, 2800, 3000, 3200，则

$$P(X = 2000) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}, \quad P(X = 2200) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{3} \times 2 = \frac{1}{9},$$

$$P(X = 2400) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{3} \times 2 + \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9}, \quad P(X = 2600) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times 2 + \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times 2 = \frac{5}{18},$$

$$P(X = 2800) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{6} \times 2 = \frac{2}{9}, \quad P(X = 3000) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{3} \times 2 = \frac{1}{9},$$

$$P(X = 3200) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}, \quad \text{所以 } X \text{ 的分布列为:}$$

$X$	2000	2200	2400	2600	2800	3000	3200
$P$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{5}{18}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{36}$

那么数学期望:

$$E(X) = 2000 \times \frac{1}{36} + 2200 \times \frac{1}{9} + 2400 \times \frac{2}{9} + 2600 \times \frac{5}{18} + 2800 \times \frac{2}{9} + 3000 \times \frac{1}{9} + 3200 \times \frac{1}{36} = 2600。$$



## 四、简单题

### 1. 【参考答案】

口算和估算教学直接关系着学生对数学基础知识和基本技能的掌握，关系着学生观察、记忆、注意、思维等能力的发展，关系着学生学习习惯、情感、意志等非智力因素的培养。口算是笔算、估算的基础，笔算和估算能力是在准确、熟练的口算能力的基础上发展起来的，没有一定的口算基础，笔算、估算能力的培养就成了无源之水。由于估算是通过口算进行的，是口算技能的灵活应用，所以估算在培养学生计算方法上有重要作用。

综上，数学学习中算法多样性，有利于全体学生的参与，也有利于因材施教、发现每个学生的潜能，更有利于学生主体地位的体现，自信心得以增强，特别有利于拓展学生的思维，激发创新灵感。

### 2. 【参考答案】

运算能力主要是能够根据法则和运算律正确地进行运算的能力，培养运算能力有助于帮助学生理解运算的算理，寻求合理简洁的运算途径解决问题。

培养学生运算能力的策略有：

- (1) 正确选择口算、估算、笔算、计算器计算等运算方法。
- (2) 夯实口算基础。
- ① 第一学段：结合情境选择合适的估算单位；
- ② 第二阶段：在解决问题的过程中选择合适的方法估算。
- (3) 重视算理的教学。

例如在讲解除数是小数的整数除法时，先利用测量单位的原型帮助理解算理，在讲解竖式计算时要帮助学生联系小数的意义，理解小数除法关键的一步：商的小数点要与被除数的小数点对齐。

- (4) 熟练与内化运算法则。
- (5) 沟通运算方法的联系。
- (6) 培养良好的运算习惯。

### 3. 【参考答案】

数感主要是指关于数与数量、数量关系、运算结果估计等方面的感悟。建立数感有助于学生理解现实生活中数的意义，理解或表述具体情境中的数量关系，培养学生的数感，要让学生通过丰富多彩的生活情境去感知、去体验。

首先，在估算过程中训练数感。《标准》中指出：对具体数量的感知与体验是学生建立数感的基础，教师组织估数活动，使学生观察、体会数的情境，结合现实素材感受数的意义，对数量作出较准确的判断，能有效地训练学生的数感。

其次，比较中发展学生数感。在具体的情境中把握数的相对大小关系，不仅是理解数的需要，同时也会加深学生对数的实际意义的理解，使学生在比较中有了多、少、多一些、少一些、几倍的认识，使数感得到发展。



再次，在体验中建立数感。数学来源于生活，发展学生的数感离不开学生的生活经验，让学生在学的过程中，更多的接触有关经历和实例，在现实背景下感受和体验，会使学生更深刻的理解和把握概念，建立数感。

最后，进入生活情境培养数感。数感的另一个含义是在实际情境中把握运算的意义。教师在教学中创设一些问题情境，让学生结合具体的问题选择恰当的算法，会增强学生对运算实际意义的理解，培养数感。

#### 4. 【参考答案】

(1) 数学是研究数量关系和空间形式的科学。在新课程改革中，《标准》明确强调数学学习应“从学生已有的生活经验出发，让学生亲身经历将实际问题抽象成数学模型并进行解释与应用的过程，进而使学生获得对数学理解的同时，在思维能力、情感态度与价值观等多方面得到进步和发展”，并且提出了“数学来源于生活，更要回归生活”的基本理念。

① 培养学生的应用意识促进了数学教学改革。加强应用意识是教育的需要，数学是寓于现实、用于现实，数学教育应该通过具体的问题来传授抽象的数学内容，应该从学习者所经历、所接触的客观实际中提出问题，然后升华为数学概念、运算法则或数学思想。因此，数学教学必须加强应用意识，才能显露数学教育的本色。

② 培养学生的应用意识促进了时代的发展。过去的课程内容陈旧，知识面窄。当今世界，随着社会的进步，现代科学技术的高速发展带动了信息时代的到来。在这样一个时代，数学出现了技术化的倾向，它的全方位渗透，正日益转化为人们在生产和日常生活中所必须具备的技术手段和工具，社会对数学应用的需求和数学的社会化功能，是当今时代的一个突出的特点。

(2) 培养学生数学应用意识可以从以下几方面开展：

- ① 注重数学知识的来龙去脉；
- ② 面对实际问题时，能主动尝试着从数学的角度运用所学知识和方法寻求解决问题的策略；
- ③ 面对新的数学知识时，能主动地寻找其背景，并探求其应用价值；
- ④ 鼓励学生从数学的角度描述客观事物与现象，寻找其中与数学有关的因素；
- ⑤ 搜集数学应用的事例，加深对数学应用的理解和体会。

总之，除了教师要努力为学生应用所学知识创造条件和机会外，还应该鼓励学生自己主动在现实寻找用数学知识和数学思想方法解决问题的机会，并努力去实践，面对现实问题，学生能够主动从数学的角度进行分析并探索解决方案，也是数学教学中培养学生应用意识的根本所在。教师要积极地创造条件，在课堂中为学生创设生动有趣的情境来启发诱导，在课外要积极应用数学知识解决实际问题，激发学生强烈的求知欲，让学生自主探索，发现问题、解决问题，享受创造的乐趣，获得成功的喜悦，真正成为学习的主人。

#### 5. 【参考答案】

(1) 几何直观主要是指利用图形描述和分析问题。借助几何直观可以把复杂的数学问



题变得简明、形象，有助于探索解决问题的思路，预测结果。几何直观可以帮助学生直观地理解数学，在整个数学学习过程中都发挥着重要作用。

(2) 在教学中可以用画几何直观图的方法来解决实际问题。如在教学面积计算的问题时，可以先向学生呈现纯文字的例题，接着鼓励学生尝试画草图，让学生的思维集中于用画图来表达题意，并通过师生交流，进一步完善画出的示意图，使学生感受到画图能清楚地理解题意，然后借助示意图分析数量关系，明确先求什么，再求什么，列式解答后，要再结合算式和图说说解题思路，最后反思整个解题的过程，突出示意图对解决这个数学问题的重要作用，感受画图策略的价值。又如一些计算题的运算，在认真审题的基础上，通过出示直观图，巧妙借助几何直观，把复杂的计算问题转化成简单的计算问题。

## 6. 【参考答案】

同意。

创新是指：以现有的思维模式提出有别于常规或常人思路的见解为导向，利用现有的知识和物质，在特定的环境中，本着理想化需要或为满足社会需求，而改进或创造新的事物、方法、元素、路径、环境，并能获得一定有益效果的行为。“创新”在“基础”之上，才是“创新”，不然就是空想。

数学教育既要使学生掌握现代生活和学习中所需要的数学知识与技能，更要发挥数学在培养人的思维能力和创新能力方面的不可替代的作用。新课程总目标提出，获得适用社会生活和进一步发展所必需的数学的基础知识、基本技能、基本思想、基本活动经验。体会数学知识之间、数学与其他学科之间、数学与生活之间的联系，运用数学的思维方式进行思考，增强发现和提出问题的能力、分析和解决问题的能力。了解数学的价值，提高学习数学的兴趣，增强学好数学的信心，养成良好的学习习惯，具有初步的创新意识和科学态度。

在数学教学中，要注重学生对基础知识、基本技能的理解和掌握。“知识技能”既是学生发展的基础性目标，又是落实“数学思考”“问题解决”“情感态度”目标的载体。数学知识的教学，应注重学生对所学知识的理解，体会数学知识之间的关联。数学知识的教学，要注重知识的“生长点”与“延伸点”，把每堂课教学的知识置于整体知识的体系中，注重知识的结构和体系，处理好局部知识与整体知识的关系，引导学生感受数学的整体性，体会对于某些数学知识可以从不同的角度加以分析、从不同的层次进行理解。在基本技能的教学中，不仅要使学生掌握技能操作的程序和步骤，还要使学生理解程序和步骤的道理。例如，对于整数乘法计算，学生不仅要掌握如何进行计算，而且要知道相应的算理；对于尺规作图，学生不仅要知道作图的步骤，而且要能知道实施这些步骤的理由。

在我国传统的数学教育中，由于过分强调统一的数学基础，忽视了学生的个性和创造能力的培养，致使学生产生“基础过剩”的现象，而导致创新意识失落、创造能力低下。因此，不能仅仅把“重视基础”或者“创新”作为数学教学的关键。一个科学的数学教育理论，必须把“基础”和“创新”这两个方面同时加以研究。没有基础的创新是空想，没有创新指导的“打基础”是傻练。基础要为发展服务，盲目地打基础，过量的练习是无效的劳动。强



调数学基础需要把握适当的“度”。“以学生的发展为本”，把数学基础和数学创新放在一起进行研究，找出适度的平衡。

#### 7. 【参考答案】

(1) 所谓数学概念形成，是指在教学条件下，从大量的实际例子出发，经过比较、分类，从中找出一类事物的本质属性，然后再通过具体的例子对所发现的属性进行检测，最后通过概括得到定义并用符号表达出来。这种获得数学概念的方式叫做数学概念形成。

(2) 数学概念形成的过程可以分为以下几个阶段：观察实例-分析共同属性-抽象本质属性-确认本质属性-概括定义-具体运用。

#### 8. 【参考答案】

数学课堂教学提问的设计原则：

- (1) 目的性原则；
- (2) 启发性原则；
- (3) 可及性原则；
- (4) 适量性原则；
- (5) 及时性原则；
- (6) 层次性原则；
- (7) 全体性原则；
- (8) 及时评价原则。

#### 9. 【参考答案】

(1) 第一种是错误的，因为第一种将化简比与化简比值这两个概念混淆了，第一种求出的是比值，而化简比例，当分母为1时需要保留，化简比例结果不可以是整数或带分数。

(2) 教学课程内容的组织要注重过程，处理好过程和结果的关系。在进行化简比例的教学，不仅要告诉学生比和比值有区别，而且要讲清楚有哪些区别，他们各自是怎么得来的，又该如何表示。

#### 10. 【参考答案】

(1) 在计算异分母分数加法时，学生混淆了异分母分数加法的计算原理。应该是当分母一样的时候，分子相加，分母不变，而不是分子分母同时相加。

(2) 教师的教学活动应当建立在学生已有的经验为基础，面向全体学生，注重因材施教。在异分母加减过程中，应当联系到已学的同分母相加减。另外，可结合直观图讲解异分母加减法的计算原理，便于学生直观理解。

#### 11. 【参考答案】

(1) 错误：不等式两边同时乘以 $(x-2)$ 时，忘记考虑这个式子整体符号。

原因：对不等式性质不熟悉，不等式两边同时乘以一个负数时不等号方向会改变。

(2) 教学课程的内容不仅包括数学的结果，也包括数学结果的形成过程和蕴涵的思想方法。可以在讲不等式性质时，举例易错解法，抓住关键点。教学活动是师生积极参与，交



往互动，共同发展的过程。在进行不等式的教学时，要保持和学生的交流，及时帮助他们复习之前学过的知识：等式的性质，注意两者区分。教师要发挥主导作用，处理好讲授与学生自主学习的关系，引导学生独立思考、自主探索、合作交流。帮助学生总结不等式常用的几个性质，举例相对应每个性质的重点应用。





## 五、综合题

### 1. 【参考答案】

(1) 应渗透的数学思想有：

① 数形结合的数学思想：通过图形让学生明确分数除以整数的意义与整数除法的意义相同，都是把一个数平均分成几份，求一份是多少。

② 转化的数学思想：把分数除以整数转化为分数平均分的思想。

(2) 教学难点：对分数除以整数的算理理解。教材通过数形结合思想，将除法计算转化为平均分的问题，便于学生理解算理。

(3) 第二种算法更具有一般性。原因是：如果分数的分子变为一个奇数，把奇数分成2份的话，这种算法学生不会转化，在具体实施过程中会出现错误，而第二种解法，给出的方法是将分数整体平均分，当除数或者分数相应改变时，都可以相应变换变量，可以得出正确答案。

(4) 在学生理解了以上两种算法后，可以用变换例题中除数和被除数的数值，让学生体会变化过程中，哪一种转化方法更易于运用到实际题目中，让学生自己感受理解第一种算法的局限性。

### 2. 【参考答案】

(1) 分数的基本性质、约分、分数与小数的互化。

(2) 教学目标：

① 知识与技能目标：理解分数与除法的关系，会用分数表示两个数相除的商。

② 过程与方法目标：经历分数与除法的关系的探究过程，通过讨论、比较，明确可以用分数表示两个数相除的商。

③ 情感态度与价值观目标：体会生活中的数学，激发学生的学习兴趣。

教学重难点：

① 重点：理解分数与除法的关系，会用分数表示两个数相除的商。

② 难点：理解分数与除法的内在联系与区别

(3) 教学过程：

一、复习导入：(课件出示)

1. 填空：

(1)  $\frac{6}{7}$  表示\_\_\_\_\_。

(2)  $\frac{7}{10}$  的分数单位是\_\_\_\_\_，它有\_\_\_\_\_个这样的分数单位。

2. 计算：

(1)  $7 \div 8 =$ \_\_\_\_\_。

(2)  $4 \div 9 =$ \_\_\_\_\_。

组织学生交流，讨论计算方法。





### 3. 导入课题:

我们知道,在计算整数除法时经常会遇到除不尽或得不到整数商的情况,有了分数,就可以解决这个问题。这节课我们就来学习怎样用分数表示除法的商,认识分数与除法的关系。(板书课题:分数与除法)

## 二、探究新知

### 1. 教学例 1

(1) 课件出示情景图和问题。

读题后,指导学生根据整数除法的意义列出算式。

(2) 讨论: 1 除以 3 的结果是多少? 你是怎样想的?

学生说结果是  $\frac{1}{3}$  个, 教师追问: 为什么是  $\frac{1}{3}$  个? 你是怎样分的?

指导学生用圆形纸片分一分。

(3) 教师画出示意图, 帮助学生理解。

通过讨论使学生明白, 把 1 个蛋糕平均分给 3 个人, 其中每个人分得的应是这个蛋糕的  $\frac{1}{3}$ , 就是  $\frac{1}{3}$  个。

板书:  $1 \div 3 = \frac{1}{3}$  (个)

### 2. 教学例 2

(1) 课件出示例 2 情景图

学生观察情景图, 说一说情景图内容。

(2) 指导学生动手操作。

拿出 3 张同样大小的圆形纸片, 把它们看作 3 个月饼, 用剪刀把每张纸片分成同样大小的 4 份。

(3) 请几名学生口述分法及每份分得的结果, 教师总结几种不同的分法。

(4) 归纳

教师总结: 从上面的操作可以知道, 把 3 个月饼平均分给 4 个人, 每人分到的都是 3 个月饼的  $\frac{1}{4}$ , 把这 3 个  $\frac{1}{4}$  个月饼合起来就是 1 个月饼的  $\frac{3}{4}$ , 即  $\frac{3}{4}$  个月饼, 因此,  $3 \div 4 = \frac{3}{4}$  (个)。由此可见,  $\frac{3}{4}$  不仅可以理解为把 1 个月饼(单位“1”)平均分成 4 份, 便是这样的 3 份的数, 也可以看做把 3 个月饼组成的整体(单位“1”)平均分成 4 份, 表示这样的 1 份的数。

组织学生互相说说  $\frac{3}{4}$  表示的意义。

### 3. 认识分数和除法的关系

(1) 引导学生观察  $1 \div 3 = \frac{1}{3}$ ,  $3 \div 4 = \frac{3}{4}$  这两个算式, 想一想:



- ① 两个（非0）自然数相除，在不能得到整数商的情况下，还可以用什么表示？
- ② 用分数表示商时，除法算式里的被除数、除数分别是分数里的什么？
- ③ 分数与除法的关系是怎样的？

(2) 学生发言，教师总结，归纳出以下三点：

- ① 分数可以表示除法的商。
- ② 在表示除法的商时，要用除数作为分母，被除数作为分子。
- ③ 除法中的被除数相当于分数中的分子，除数相当于分数中的分母。（强调“相当于”）

分数与除法的关系可以表示成下面的形式：（板书）

$$\text{被除数} \div \text{除数} = \frac{\text{被除数}}{\text{除数}}$$

(3) 如果用  $a$  表示被除数， $b$  表示除数，那么分数与除法的关系可以怎样表示？

指名回答，教师板书：（教材上那个关系式）

$$a \div b = \frac{a}{b} (b \neq 0)$$

$\vdots$   $\vdots$   
 被 除  
 除  
 数 数

思考：这里的  $b$  能为 0 吗？为什么？

组织学生分小组讨论交流，指名汇报。

启发学生说出：在整数除法中，除数不能是 0，在分数中分母也不能是 0，所以这里  $b$  不能为 0。

(4) 分数与除法有区别吗？区别在哪里？

引导学生明确：分数是一种数，也可以看作两个数相除的结果；除法是一种运算。

### 三、巩固练习

教材第 50 页“做一做”第 1 题

### 四、课后小结

引导学生回顾全课，说说这节课的收获。

### 3. 【参考答案】

(1) 学生之前已具备的相关数学知识和数学活动经验：

- ① 对线段、直线、射线几何概念及其特点认识；
- ② 对平行直线的初步认识；（也可酌情得分）
- ③ 观察、操作、比较、讨论等数学活动经验；
- ④ 分类活动的经验；
- ⑤ 抽象、归纳的经验。

(2) 小精灵关于举例的话，编写意图：

- ① 丰富对平行线的认识并加深理解；



- ② 感受数学与生活的密切联系；
- ③ 激发数学学习和探究的兴趣；
- ④ 鼓励学生尝试结合生活实际进行举例。

(3) 本内容的重难点：

- ① 正确理解互相平行的概念；
- ② 理解平行的本质特征。

(4) 教学过程：

### 一、创设情境，引入新课

#### 1. 演示设疑

师：同学们注意看，老师这里有两支铅笔，看好，掉下去了。这两支铅笔掉到地上，可能会形成什么样的图形？（同时松手，落到讲台后面，不让学生看到落地后的情形）

#### 2. 尝试探究

师：请同学们独立思考，然后用小棒代替铅笔摆一摆，看看有几种摆法？

### 二、探索新知

#### 1. 图形分类

(1) 尝试着把这四种图形进行分类。请思考：怎样分？为什么这样分？（如出现交叉说法应强调是相交并板书相交，它们相交后有一个点叫交点）

(2) 把小棒想成是直线，再分类

师：同学们不光说出怎样分，还说出为什么？非常好。同学们，在我们日常生活中，很多物体表示的是线段，像我们刚才研究小棒、铅笔。如果把线段向两端无限延长就成了直线，线段是直线的一部分，假如把这幅图中的直线都无限延长，你会发现什么？（生口答强调 2 号图形延长后会相交，1 号图形不相交）

(3) 小结

看来研究两条直线的位置关系时不能光看表面，更要看实质。同学们，当我们对事物进行分类的时候采用不同的分类标准，将会出现不同的分类结果，按照我们今天这节课研究的需要，如果按不相交和相交进行分类，应该这样分。（课件演示分成两种情形，一是不相交，另一是相交）

#### 2. 认识平行

在同一平面内，两条直线的位置关系有相交和不相交两种可能，下面我们先来研究不相交。（板书：不相交，并画两条互相平行的直线）

(1) 师：我们数学书上师怎样描述这样的位置关系的呢？

师：书上怎么说？生口答（多叫几个同学说）

(2) 介绍平行

在同一平面内，不相交的两条直线互相平行，其中一条直线是另一条直线的平行线。

（边说边板书：同一平面内 互相平行 平行线）



(3) 说一说 (出示课件: 红蓝两条互相平行的直线)

说一说, 这两条直线的位置关系。

### 三、巩固练习

师: 刚才从生活中知道了很多平行与垂直, 在我们以前学过的平面图形中也有平行和垂直。

(1) 把两根小棒都摆成和第三根小棒平行, 看看这两根小棒的位置关系怎样? (生动手摆后口答, 师同时演示课件)

(2) 把两根小棒都摆成和第三根小棒垂直, 看看这两根小棒的位置关系怎样? (生动手摆后口答, 师同时演示课件)

### 四、课堂小结

这节课你有什么收获?

### 五、布置作业

完成课后习题第一题。

## 4. 【参考答案】

教学过程:

### 一、复习铺垫, 导入新课

出示解决问题: 王鹏的爸爸给他买 6 个本, 花了 9.4 元, 每个本多少钱? 汇报解答过程。

小结: 因为是求价钱, 所以根据实际情况用四舍五入法保留一位小数或者两位小数。

【设计意图: 通过复习, 巩固学生对求商的近似值一般方法的理解, 为本节课学习的“去尾法”、“进一法”与“四舍五入法”区别做好准备。】

### 二、合作探究, 解决问题

(1) 探究用“进一法”解决问题

课件出示书  $P_{39}$  例 10 第一小题: 小强的妈妈要将 2.5 千克香油分装在一些玻璃瓶里, 需要准备几个瓶子? 学生汇报展示:

①  $2.5 \div 0.4 = 6.25$  (个) ②  $2.5 \div 0.4 = 6.256$  (个) ③  $2.5 \div 0.4 = 7$  (个)

提出: “你认同哪种方法?” 总结: 因为 6 个瓶子只能装 2.4 千克香油, 还有 0.1 千克香油, 需要多一个瓶子装, 所以要准备 7 个瓶子才能装完。

引导学生理解: 在解决实际问题时, 有时不适宜用“四舍五入法”求商的近似值, 像“分油到瓶子里”这种情况, 出现了不满 5 也要向前一位进 1 的情况。

总结进一法: 不管小数点后的尾数是多少, 都是将小数点后的尾数舍去, 向个位进一。

(2) 探究用“去尾法”解决问题

课件出示书  $P_{39}$  例 10 第二小题: 王阿姨用一根 25 米长的红丝带包装礼盒。每个礼盒要用 1.5 米长的丝带, 这些红丝带可以包装几个礼盒?

学生独立解答, 小组交流。并汇报展开:



预设：①  $25 \div 1.5 = 16.666\dots$  (个) ②  $25 \div 1.5 = 16.666\dots \approx 17$  (个) ③  $25 \div 1.5 = 16.666\dots \approx 16$  (个)

提问：到底能包装多少个礼盒？

总结“去尾法”：像这样，出现了满5也要把尾数舍去的情况，我们把这种取近似值的方法叫做“去尾法”。

【设计意图：在学生新的知识体系初步形成时，老师有效地启发、引导、点拨、总结、提升，有助于加深学生对新知的理解。】

(3) 对比两道题：同样是取商的近似数有什么不同？提升：实际生活中取“近似值”时，不一定用“四舍五入法”，而要根据实际情况用“进一法”和“去尾法”取近似值。

【设计意图：将求商的近似值的各种情况作了梳理与比较，引导学生理解：在解决实际问题时，有时不适宜用“四舍五入法”的方法求商的近似值，而应采用“去尾”或“进一”。】

### 三、巩固练习，加深理解

一根木料长10.5米，先截取相等长度的5小段，共8.5米。剩下的要截成0.8小段，最多还能截出几段这样长的木料？

### 四、全课总结，拓展延伸

通过今天的学习，你对求商的近似数又有哪些新的认识？

【设计意图：通过总结拓展畅谈新认识收获，引导学生对本节课学习的知识和方法进行总结，对所学新知“进一法”和“去尾法”有更深刻的认识。】

### 五、布置作业

课后寻找身边应用“进一法”和“去尾法”的例子，并进行解决。

### 5. 【参考答案】

(1) 本节课教师先通过与学生息息相关的例子“文具盒”、“数学书”、“黑板”着手，直观、形象的让学生对“文具盒”、“数学书”、“黑板”面积单位有了进一步的认识。进一步通过“我们学校的占地面积是2( )，能填我们学过的面积单位吗？”来导入新课，这样能激起学生的学习兴趣，引起学生思考，从而达到“课未始，兴已浓”的状态。

(2) 教学目标：

① 知识与技能目标：通过实际观察和推算，了解常用的土地面积单位公顷，体会1公顷的实际大小，知道1公顷=10000平方米，会进行简单的单位换算。

② 过程和方法目标：经历观察、想象、发现、交流等数学活动的过程，并在这一过程中加深对公顷的认识，发展学生的空间观念和数学思考。

③ 情感态度与价值观目标：能借助计算器，应用平面图形的面积公式和有关面积单位换算的知识解决一些简单的实际问题，进一步感受数学与生活的联系，获得积极的情感体验。

(3) 首先，数学课程应致力于实现义务教育阶段的培养目标，要面向全体学生，适应学生个性发展的需要，使得：人人都能获得良好的数学教育，不同的人在教学上得到不同的发展。

其次，课程内容要反映社会的需要、数学的特点，要符合学生的认知规律。



再次，教学活动中是师生积极参与、交往互动、共同发展的过程。有效的教学活动是学生学习与教师教的统一，学生是学习的主体，教师是学习的组织者、引导者与合作者。

最后，数学教学活动，特别是课堂教学应激发学生兴趣，调动学生积极性，引发学生的数学思考，教师教学应该以学生的认知发展水平和已有的经验为基础，面向全体学生，注重启发式和因材施教。本节课教师先通过学生已经熟悉“文具盒”、“数学书”、“黑板”面积单位着手，进一步通过“我们学校的占地面积是2（ ），能填我们学过的面积单位吗？”来激起学生思考，导入新课，体现了新课标的要求。

## 6. 【参考答案】

（1）以上教学片段中，教师先让学生独立思考，然后小组讨论，汇报计算的方法。新课程标准中，教学活动中是师生积极参与、交往互动、共同发展的过程。有效的教学活动是学生学习与教师教的统一，学生是学习的主体，教师是学习的组织者、引导者与合作者。数学教学活动，特别是课堂教学应激发学生兴趣，调动学生积极性，引发学生的数学思考，鼓励学生的创造性思维；要注重培养学生良好的数学学习习惯，使学生掌握恰当的数学学习方法。学生学习应当是一个生动活泼的、主动的和富有个性的过程。认真听讲、积极思考、动手实践、自主探索与合作交流等，都是学习数学的重要方式。学生应当有足够的时间和空间经历观察、实验、猜想、计算、推理、验证等活动过程。

（2）以上教学片段中，存在的问题有：

① 小组讨论时，老师在发现大部分学生已完成的情况下结束，这里老师没有照顾到全体学生。新课标中，数学课程应致力于实现义务教育阶段的培养目标，要面向全体学生，适应学生个性发展的需要，使得：人人都能获得良好的数学教育，不同的人在数学上得到不同的发展。

② 学生汇报计算方法之和，老师说“以后在计算两位数减一位数退位减法时，喜欢用什么方法就用什么方法做。今天我们一定要记住每种方法。”老师忽视了在教学中的主导作用，教师是学习的组织者、引导者与合作者，不能让学生喜欢用什么方法就用什么方法做。教师教学应该以学生的认知发展水平和已有的经验为基础，面向全体学生，注重启发式和因材施教。教师要发挥主导作用，处理好讲授与学生自主学习的关系，引导学生独立思考、主动探索、合作交流，使学生理解和掌握基本的数学知识与技能，体会和运用数学思想和方法，获得基本的数学活动经验。

## 7. 【参考答案】

（1）分析教材可知在小学三年级学习周长的概念时，已经学习封闭图形的一周即为周长，本案例中采用“谈话导入”的方法，借助学生已有基础知识，从“硬币”这样的小型物体到“花坛”乃至“吊扇”形成的圆引入圆的周长一般计算方法，把握直接经验和间接经验的关系。

（2）数学源于生活、根植于生活，数学教学就要从学生的生活经验和已有的知识点出发，联系生活讲数学，把生活经验数学化，数学问题生活化。激发学生学习数学的兴趣，让学生





深刻体会到生活离不开数学，数学是解决生活问题的钥匙，从而增强学习数学的趣味。

(3) 数学课堂通常被认为比较枯燥、缺乏生动和激情，因此要让学生自主探索、合作学习，在实践体验、实际生活中尝试到学习数学的乐趣，更重要的是使学生感受数学与生活的联系，即数学来自生活实际，数学又应用于生活、服务于生活。可从以下几点出发：

- ① 例题生活化，体验、感受数学；
- ② 导入生活化，创设情境，激发兴趣；
- ③ 教学生活化，产生亲切感；
- ④ 练习生活化，提高操作实践能力。

## 8. 【参考答案】

(1) 此教学片段落实了数感、运算能力、推理能力这三个数学核心概念。在新课标中，有十个数学核心概念：数感、符号意识、空间观念、几何直观、数据分析观念、运算能力、推理能力和模型思想、应用意识和创新意识。数感主要是指关于数与数量、数量关系、运算结果估计等方面的感悟。建立数感有助于学生理解现实生活中数的意义，理解或表述具体情境中的数量关系。教学中先提出计算某市的温度差，然后探究如何计算  $3 - (-3)$ ，探求新知，在这个过程中帮助学生树立数感。运算能力主要是指能够根据法则和运算律正确地进行运算的能力，在教学片段中的推理运算过程培养了学生的运算能力，合情推理是从已有的事实出发，凭借经验和直觉，通过归纳和类比等推断某些结果。在教学片段中，探究减法变成加法，减去一个负数，减去一个正数，推理出有理数的减法法则，培养了学生的合情推理能力。

(2) 从教学片段可以看出，教师能很好地了解学生的学习起点，对学生的学习起点把握准确。教学方法合理，体现了“学生为主体，教师是组织者、引导者、合作者”的新课标理念。课程内容反映了社会的需要、数学的特点，符合学生的认知规律。课程内容的选择贴近学生的实际，有利于学生体验与理解、思考与探索。导入：某市某天的气温是  $-3^{\circ}\text{C} \sim 3^{\circ}\text{C}$ ，这天的温差是多少？列出算式  $3 - (-3)$ ，并对这个算式进行探究算法。课程内容的组织重视过程，处理好过程与结果的关系；重视直接经验，处理好直接经验与间接经验的关系。学生之前学习了加法和减法的意义，有理数的意义，在此基础上，引导学生探究有理数的减法法则，具体从减法变成加法，减去一个负数，减去一个正数，减去 0，归纳得出有理数的减法法则，整个过程由浅入深，层层深入，有利于帮助学生理解有理数减法法则。

教学活动是师生积极参与、交往互动、共同发展的过程。有效的教学活动是学生学与教师教的统一，学生是学习的主体，教师是学习的组织者、引导者与合作者。教师教学应该以学生的认知发展水平和已有的经验为基础，面向全体学生，注重启发式和因材施教。在教学片段中，教师提出问题，引导学生一步一步的探究新知，体现了学生是学习的主体，也体现了教师的主导作用。

(3) 教学过程的反思如下：

① 了解学生，研究教材。这个教学内容需要学生具备正数、负数、零以及相反数的知识，学生对这些知识的掌握程度会直接影响学习有理数减法法则，在这些知识中，相反数是



学生理解起来比较困难，因此教学过程中注意相反数在减法中的应用。本教学片段主要是掌握有理数减法法则，难点是对有理数减法的理解，在教学过程中，教师引导学生一步一步探究有理数的减法法则，最后归纳得出有理数的减法法则，突出重点，突破难点。

② 教学是师生交往、积极互动、共同发展的过程。教学的实质是交往，师生相互合作、相互理解、相互补充，师生之间相互平等、相互尊重。教学是师生双方互动的过程。在教学过程中，教师提出问题，引导学生探究问题，体现了教师互动，但是在教学过程中对学生学习活动没有明确的体现。

③ 教学过程重于教学结果。教学过程中要重视客观真理，但更重视获得真理的过程。注重引导学生参与探索、归纳有理数减法法则的过程，主动获得知识。这样，学生在这节课上完不仅懂得了法则，而且能感知到研究数学问题的一些基本方法。

## 9. 【参考答案】

(1) 落实的数学核心理念有：

① 数形结合的思想：将平方差公式即代数知识，与几何内容联系在一起，使得学生更直观地理解平方差公式；

② 转化的思想：把新知识转化为旧知识；

③ 符号化思想：平方差公式的表示，用字母表示  $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ 。

(2) 探究式教学理念是指老师在新知识的授课过程，起着引导的作用，发挥学生的主观能动性，学生自主探索的过程。本教学片段中有以下特色：

① 引导学生，动手操作，大胆尝试用图像证明平方差公式，充分发挥学生的主观能动性；

② 有难度的问题，学生间采用小组合作交流的方式，在合作中发现数学知识，感知数学的魅力；

③ 将代数知识与几何知识建立关系，对数学知识后续的学习起到很重要的作用。

(3) 反思：教师在教学过程中，要起到教师是组织者、引导者、合作者的作用，充分发挥学生的主观能动性，引导学生动手操作，小组间合作交流，尽量让学生能够在过程中掌握课程知识的重难点。将数学中重要的思想，包括数形结合、转化、函数与方程、分类、特殊到一般等思想贯穿在教学中，感受数学与生活的息息相关以及数学的魅力。